

# Исследование неравновесного поведения ультратонких магнитных пленок в вопросах современных способов сверхплотной записи информации

Попов Иван Сергеевич

Кафедра теоретической физики ОмГУ им. Ф.М. Достоевского

2015

# Некоторые современные подходы к сверхплотной записи информации на магнитные носители

- Термоассистируемая память.
- Использование элементарных возбуждений.
- Переход к моноатомным магнитным пленкам.
- Работа в термодинамически неравновесных режимах релаксации.
- Использование напыленных и выращенных магнитных нанокластеров на поверхности.

# Современные проблемы сверхплотной записи информации на магнитные носители

- Использование мезоскопических систем.
- Термодинамически неравновесное поведение магнитных систем.
- Развитое флуктуационное поведение.
- Проявление эффектов аномально медленной неравновесной релаксации.

# Квантовые и классические спиновые системы

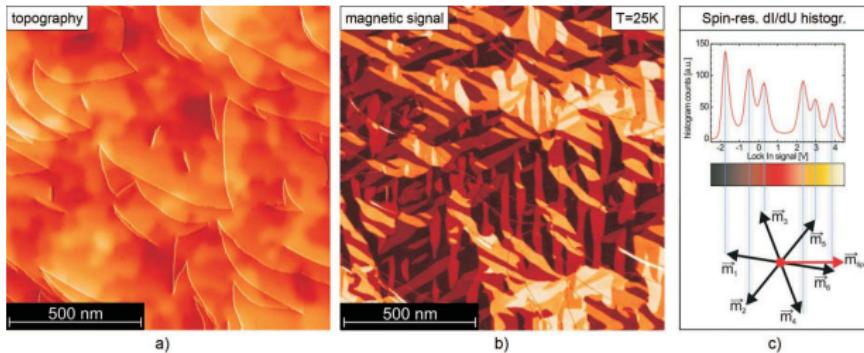


Рис. 1: Application of SP-STS for magnetic domain imaging with subnanoscale spatial resolution: a thin Dy[0001] film (90 ML) grown epitaxially on a W[110] substrate

# Квантовые и классические спиновые системы

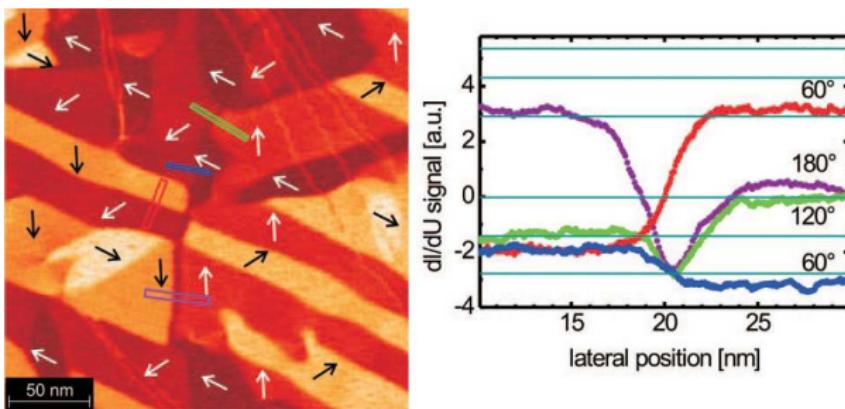


Рис. 2: Determination of magnetic domain wall widths

# Квантовые и классические спиновые системы

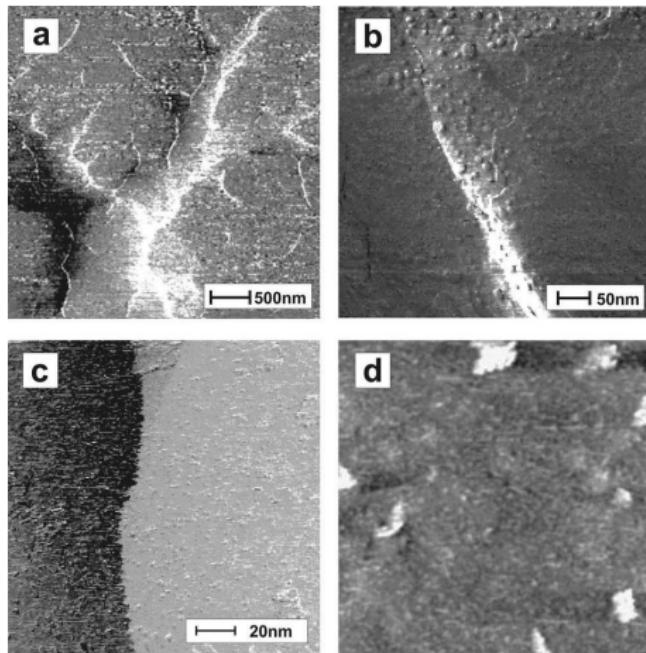


Рис. 3: SP-STM images ( $dI/dm_T$  signal) of the dendriticlike magnetic structure on a Co[0001] single-crystal surface at different length scales

# Квантовые и классические спиновые системы

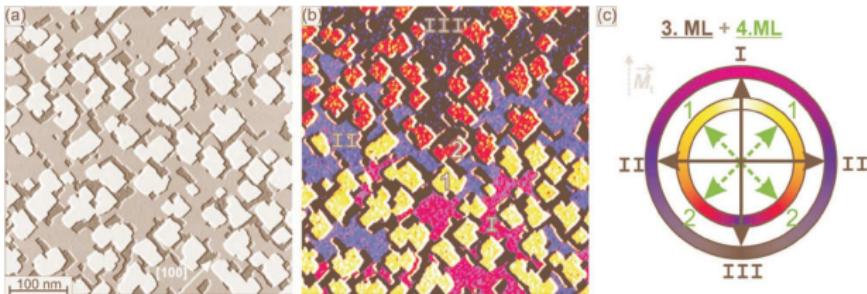


Рис. 4: Thin film of 3.2 ML Fe on W[001] grown at a temperature  $T \sim 525$  K

# Квантовые и классические спиновые системы

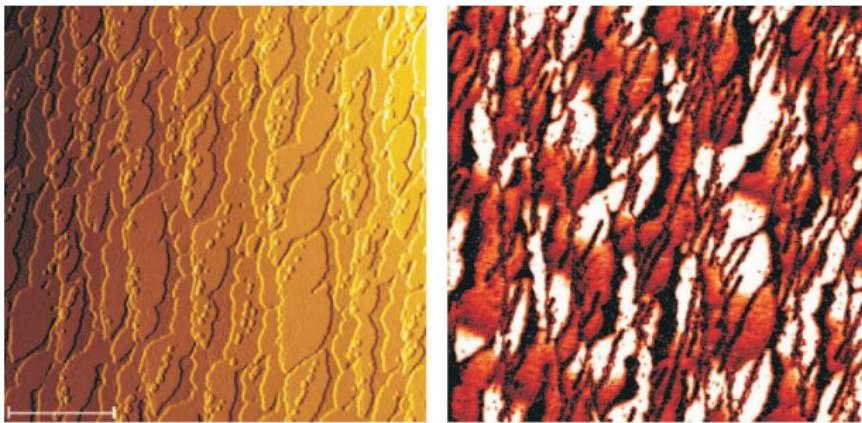


Рис. 5: Application of SP-STM to nanocrystalline thin films

## Некоторые публикации по теме исследований

- Prudnikov V.V., Prudnikov P.V., Alekseev S.V., Popov I.S. Investigation of the effects of aging and temperature dependence of the transverse rigidity of a system in the two-dimensional XY model / The Physics of Metals and Metallography. 2014. V. 115, P. 1186.
- Prudnikov P.V., Popov I.S. Non-equilibrium critical dynamics of pure and diluted 2D XY-model / Journal of Physics (JPCS). 2014. – V. 510. – P. 012014.
- Prudnikov P.V., Prudnikov V.V., Popov I.S. Nonequilibrium ageing effects in critical behaviour deluted planar magnetics / JETP Letters. 2015. - V. 101. - P. 596.
- Prudnikov P.V., Popov I.S. Coarsening in Critical Dynamics of 2D XY-model / Solid state phenomena. 2015.

## Некоторые публикации по теме исследований

- Прудников В. В., Прудников П. В., Вакилов А. Н., Попов И. С. Теоретические методы описания неравновесного критического поведения структурно неупорядоченных систем и эффектов старения / Изд-во ОмГУ, 2015. - 334 с.

## Некоторые публикации по теме исследований

- Prudnikov P.V., Popov I.S. Non-equilibrium critical dynamics of pure and diluted 2D XY model / Book of Abstracts. XXV IUPAP Conference on Computational Physics, 2013. P. 152.
- Prudnikov P.V., Popov I.S. Effects of aging and coarsening in critical dynamics of 2D XY-model / Book of Abstracts Moscow International Symposium on Magnetism. Moscow, 2014. P. 530.
- Prudnikov P.V., Popov I.S. Non-equilibrium coarsening domain grows and vortex dynamics in two-dimensional XY-model / Book of Abstracts The International Conference "Spin physics, spin chemistry and spin technology". 2015.

- Прудников П.В., Прудников В.В., Алексеев С.В., Попов И. С. Программа численного моделирования на многопроцессорной вычислительной системе неравновесного поведения однородной и структурно неупорядоченной двумерной XY модели в низкотемпературной фазе Березинского / Свидетельство № 2012661123, дата регистрации в Реестре программ для ЭВМ 07.12.2012.
- Прудников П.В., Прудников В.В., Вакилов А.Н., Поспелов А.Н., Медведева М.А., Попов И. С. Комплекс моделирования неравновесных фазовых превращений в сильно неупорядоченных спиновых системах / Свидетельство № 2014613547, дата регистрации в Реестре программ для ЭВМ 28.03.2014.

- Попов И. С., Прудников П. В. Комплекс моделирования неравновесного поведения кластера атомов Fe на поверхности W[110] / Свидетельство № 2014618255, дата регистрации в Реестре программ для ЭВМ 13.08.2014.
- Прудников В. В., Прудников П. В., Попов И. С. Идентификация топологических возбуждений в однородных и структурно неупорядоченных планарных магнетиках / Свидетельство № 2014618696, дата регистрации в Реестре программ для ЭВМ 28.08.2014.

## Двумерная XY-модель

Двумерная XY-модель описывается с использованием гамильтониана вида:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_i \vec{S}_j, \quad (1)$$

где  $J > 0$  – обменный интеграл,  $\vec{S}_i$  – классический плоский спин;  $N = L^2$  – число узлов плоской решетки размера  $L$ ;

Гамильтониан структурно неупорядоченной системы имеет вид:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} p_i p_j \vec{S}_i \vec{S}_j \quad (2)$$

где  $p_i$  – число заполнения для  $i$ -го узла:

1 – в узле расположен спин; 0 – если узел занят дефектом структуры.

# Сфера применения двумерной XY-модели

- моноатомные магнитные плёнки, как плёнки переходных металлов, как Co и Ni, на немагнитной подложке, например Cu <sup>1</sup>;
- важный класс планарных магнетиков <sup>2</sup>;
- двумерные кристаллы <sup>3</sup>;
- поверхности сверхпроводников <sup>4</sup>;
- сверхпроводящие тонкие плёнки <sup>5</sup>;

---

<sup>1</sup>Vaz C.A.F. at al. // Rep. Prog. Phys. 2008. V. 71. N.5. P. 056501

<sup>2</sup>Березинский В.Л. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007., Vaz C.A.F. at al. // Rep. Prog. Phys. 2008. V. 71. N.5. P. 056501, Коршунов С.Е. // УФН. 2006. № 3. С. 233

<sup>3</sup>Березинский В.Л. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007., Коршунов С.Е. // УФН. 2006. № 3. С. 233

<sup>4</sup>Коршунов С.Е. // УФН. 2006. № 3. С. 233

<sup>5</sup>Березинский В.Л. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007., Коршунов С.Е. // УФН. 2006. № 3. С. 233

# Сфера применения двумерной XY-модели

- двумерные бозе-жидкости и плёнки сверхтекучего жидкого гелия <sup>6</sup>;
- решётки джозефсоновских контактов и решётки контактов сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник <sup>7</sup>;
- на основе двумерной XY-модели может быть описано поведение стай птиц <sup>8</sup>;
- поведение мисомицетов — грибоподобных организмов, а также поведение колоний некоторых бактерий <sup>9</sup>;

---

<sup>6</sup>Kosterlitz J.M., Thouless D.J. // J. Phys. C. 1973. V.6. P. 1181,  
Коршунов С.Е. // УФН. 2006. № 3. С. 233

<sup>7</sup>Коршунов С.Е. // УФН. 2006. № 3. С. 233, Буздин А.И. и др. //  
ЖЭТФ. 1992. Т. 101. С. 231

<sup>8</sup>Yuhai Tu, John T. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 4326

<sup>9</sup>Sumpter D. J. T. // Phil. Trans. R. Soc. B. 361, 5-22, 2006.

# Термодинамика двумерной XY-модели

Основные вклады:

- Спиновые волны;
- Топологические элементарные возбуждения – вихри и антивихри;

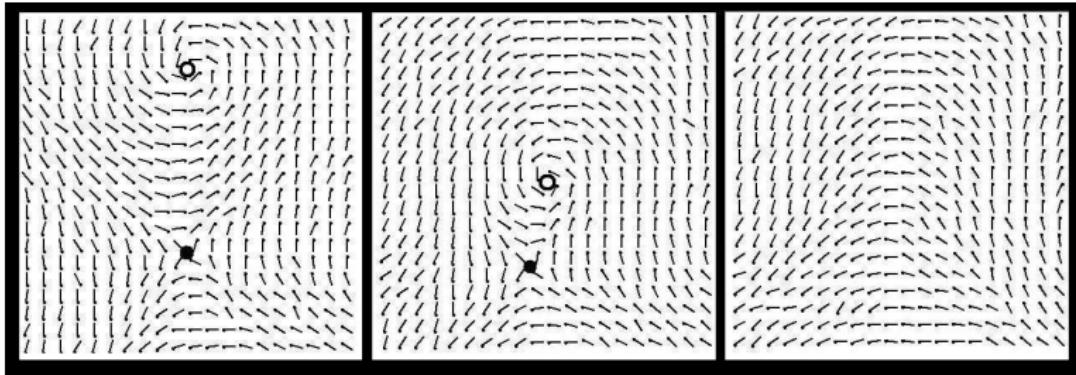


Рис. 6: Неравновесный процесс взаимодействия вихря и антивихря – аннигиляция. Времена наблюдения 300, 400, 500 MCS/s

# Структурный беспорядок в двумерной XY-модели

Основные процессы:

- Замедление спиновой диффузии;
- Рассеяние спиновых волн на дефектах;
- Пиннинг топологических элементарных возбуждений;

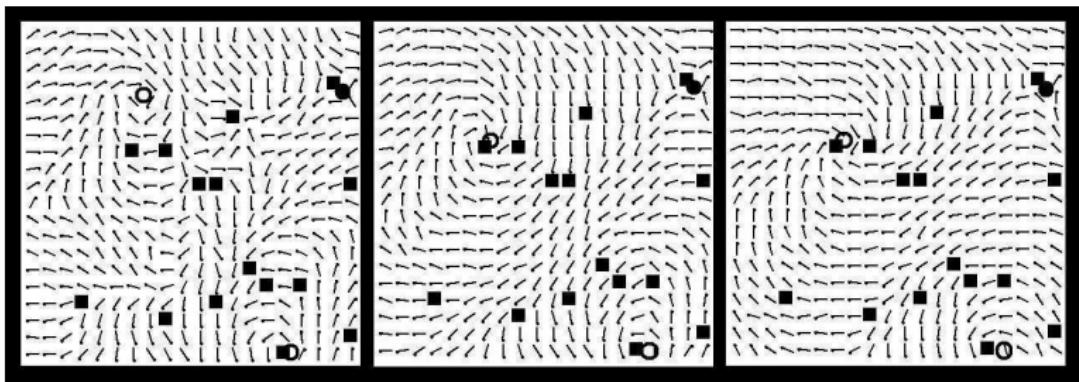


Рис. 7: Пиннинг вихря дефектом структуры. Времена наблюдения 250, 400, 2000 MCS/s

# Топологический фазовый переход Березинского-Костерлица-Таулесса

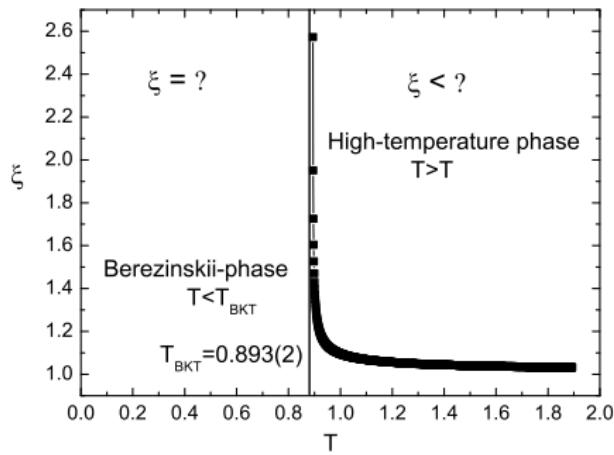


Рис. 8: Температурная зависимость корреляционной длины для двумерной  $XY$ -модели

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = -D \frac{\delta \mathcal{H}[S]}{\delta S(x, t)} + \zeta(x, t)$$

$$\langle \zeta(x, t) \rangle = 0,$$

$$\langle \zeta(x, t) \zeta(x', t') \rangle = 2D k_{\text{B}} T \delta(x - x') \delta(t - t')$$

$$\mathcal{H}_0[S] = \int d^d x \left[ \frac{r}{2} S(x)^2 + \frac{1}{2} [\nabla S(x)]^2 - h(x) S(x) \right]$$

$$\mathcal{H}_{\text{int}}[S] = \int d^d x \frac{u}{4!} S(x)^4$$

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} + \nabla \cdot J(x, t) = 0$$

$$J(x, t) = -D \nabla \frac{\delta \mathcal{H}[S]}{\delta S(x, t)} + \eta(x, t)$$

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = D \nabla^2 \frac{\delta \mathcal{H}[S]}{\delta S(x, t)} + \zeta(x, t)$$

$$\langle \zeta(x, t) \rangle = 0 ,$$

$$\langle \zeta(x, t) \zeta(x', t') \rangle = -2D k_{\text{B}} T \nabla_x^2 \delta(x - x') \delta(t - t')$$

$$\mathcal{H}_0[S] = \int d^d x \left[ \frac{r}{2} S(x)^2 + \frac{1}{2} [\nabla S(x)]^2 - h(x) S(x) \right]$$

$$\mathcal{H}_{\text{int}}[S] = \int d^d x \frac{u}{4!} S(x)^4$$

# Динамическая интерпретация процесса моделирования

Последовательность состояний, задаваемых в алгоритме Метрополиса вероятностью перехода между ближайшими конфигурациями, образует марковский процесс.

Эволюция неравновесной функции распределения  $P_n(t)$  может быть записана в виде кинетического уравнения Глаубера:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \sum_m W(n \rightarrow m)P_n(t) - \sum_m W(m \rightarrow n)P_m(t), \quad (3)$$

где  $W(n \rightarrow m) = \min(1.0, e^{-\Delta E_{nm}/T})$ .

# Стохастическая динамика в рамках алгоритма Метрополиса

Динамика односпинового переворота Метрополиса описывает диссипативные процессы в системе и может быть сопоставлена с моделью A неравновесного критического поведения по классификации Гальперина-Хоэнберга<sup>10</sup>:

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} = -\Gamma_0 \frac{\delta H}{\delta \phi(x, t)} + \xi(x, t), \quad (4)$$

где  $\phi$  – параметр порядка,  $\Gamma_0$  – кинетический коэффициент,  $\xi(x, t)$  – случайная гауссова сила.

---

<sup>10</sup>Hohenberg P C and Halperin B I 1977 *Rev. Modern Phys.* **49** 435

# Сравнение результатов для различных алгоритмов

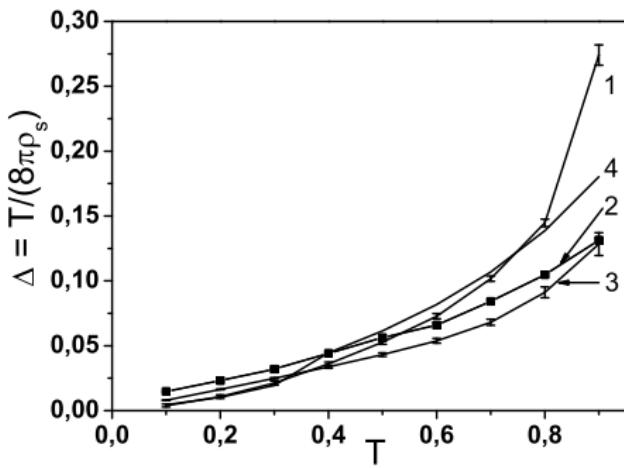


Рис. 9: Сравнение результатов по алгоритму Метрополиса и алгоритму Кавасаки

# Определение критической температуры

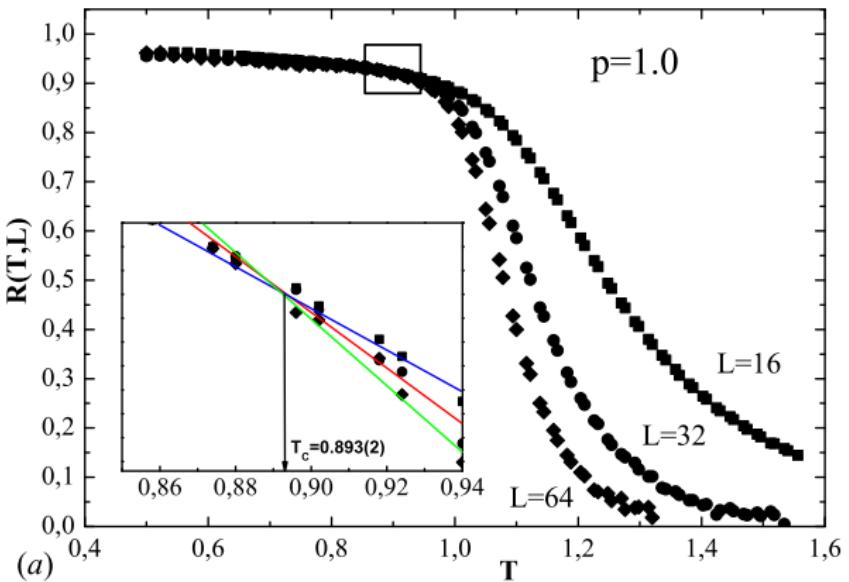


Рис. 10: Температурная зависимость корреляционных кумулянтов для однородной системы

# Определение критической температуры

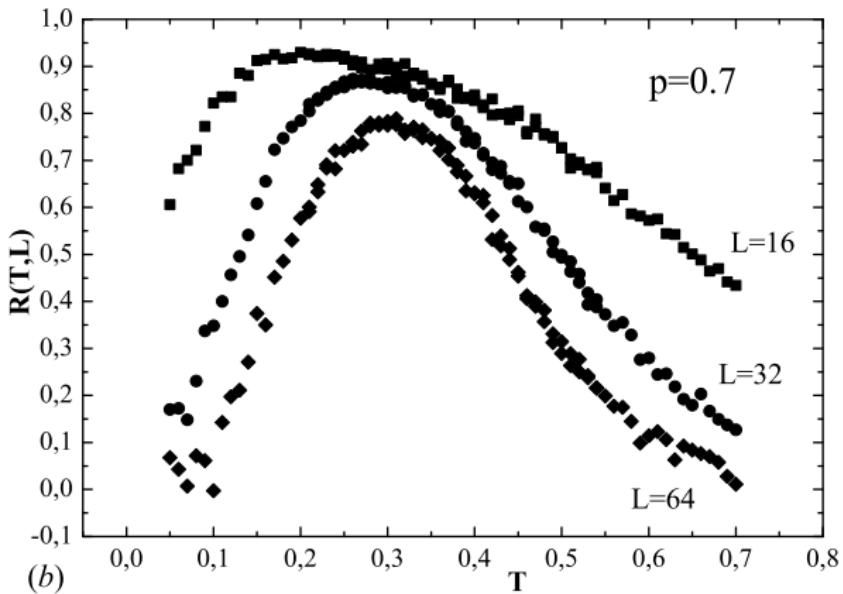


Рис. 11: Температурная зависимость корреляционных кумулянтов для системы с  $p = 0.7$

# Поперечная жесткость в системе

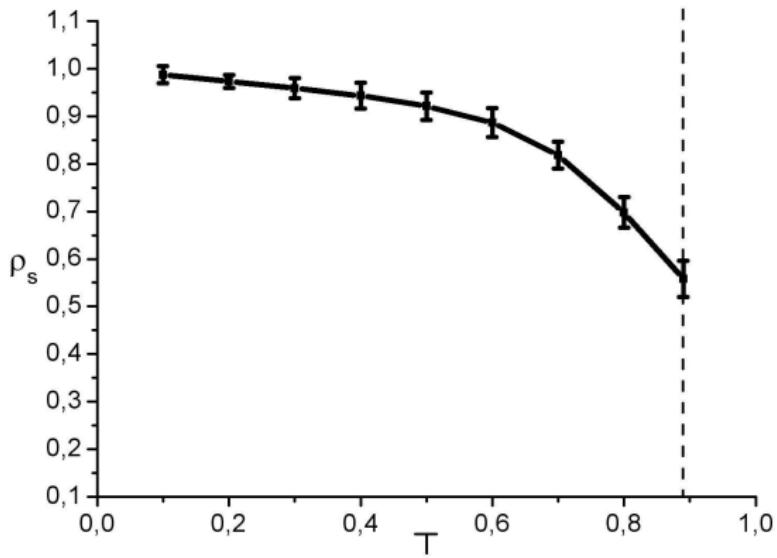


Рис. 12: Температурная зависимость поперечной жесткости однородной системы

# Эффекты старения

Эффекты старения (от англ. aging) — эффекты, связанные с замедлением релаксационных процессов в системе при увеличении возраста или времени приготовления системы  $t_w$ .

Автокорреляционная функция:

$$C(t, t_w) = \left\langle \frac{1}{pN} \sum_i \vec{S}_i(t) \vec{S}_i(t_w) \right\rangle - \left\langle \frac{1}{pN} \sum_i \vec{S}_i(t) \right\rangle \left\langle \frac{1}{pN} \sum_i \vec{S}_i(t_w) \right\rangle. \quad (5)$$

# Скейлинговая форма автокорреляционной функции

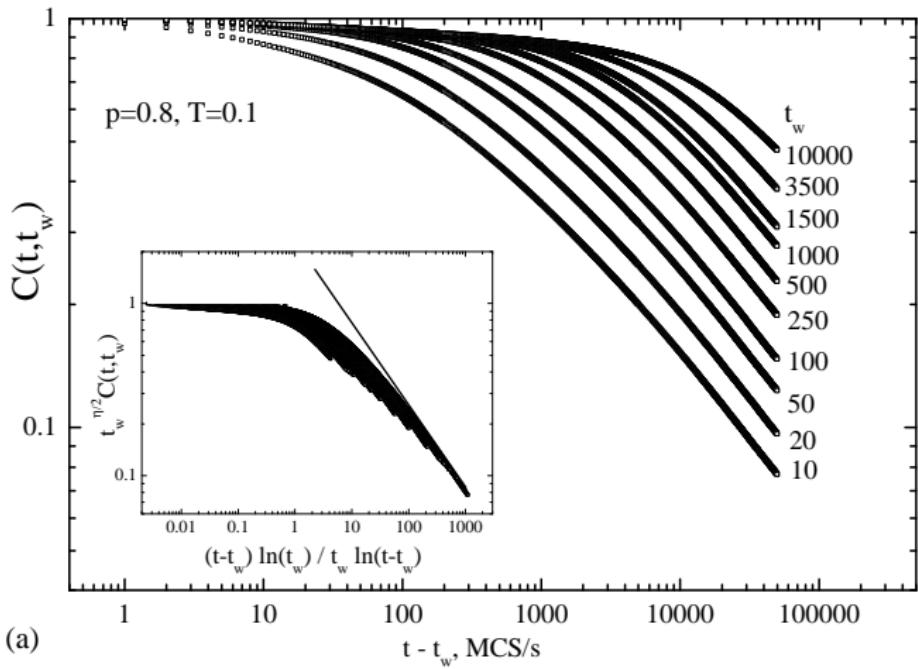
Автокорреляционная функция, в соответствии с общими размерностными соображениями в критической динамике, имеет следующую скейлинговую форму:

$$C(t, t_w) = t_w^{-\eta/2} \Phi(\xi(t - t_w)/\xi(t_w)). \quad (6)$$

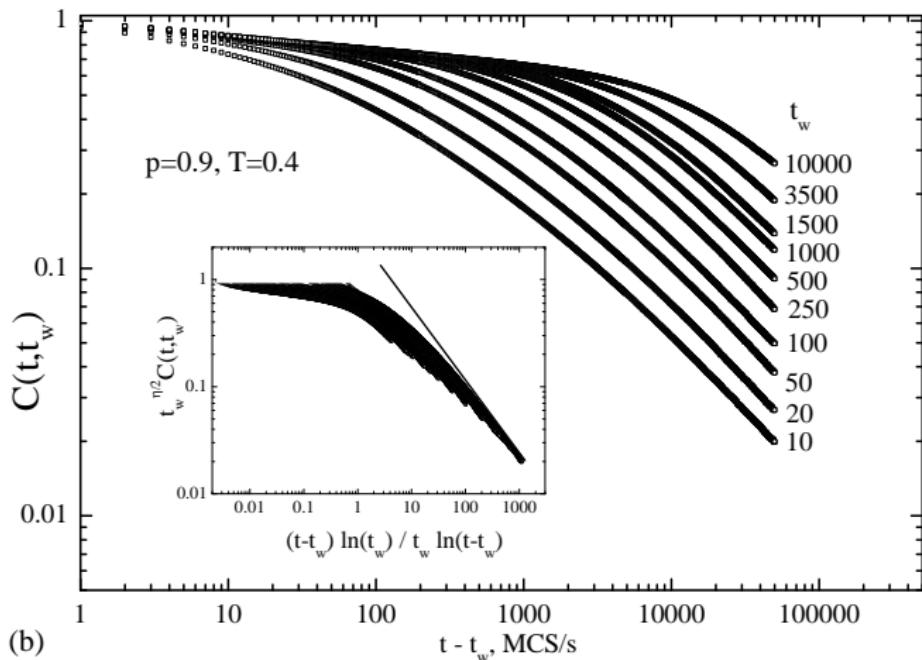
где  $\eta$  – критический индекс Фишера;  $\xi(t)$  – временная зависимость корреляционной длины системы.

$$\xi(t)^2 \sim t / \ln t;$$

$\eta$  определялся из соотношения  $\langle m^2 \rangle \sim L^{-\eta}$ .



**Рис. 13:** Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы для  $T = 0.1$  и  $p = 0.8$



**Рис. 14:** Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы для  $T = 0.4$  и  $p = 0.9$

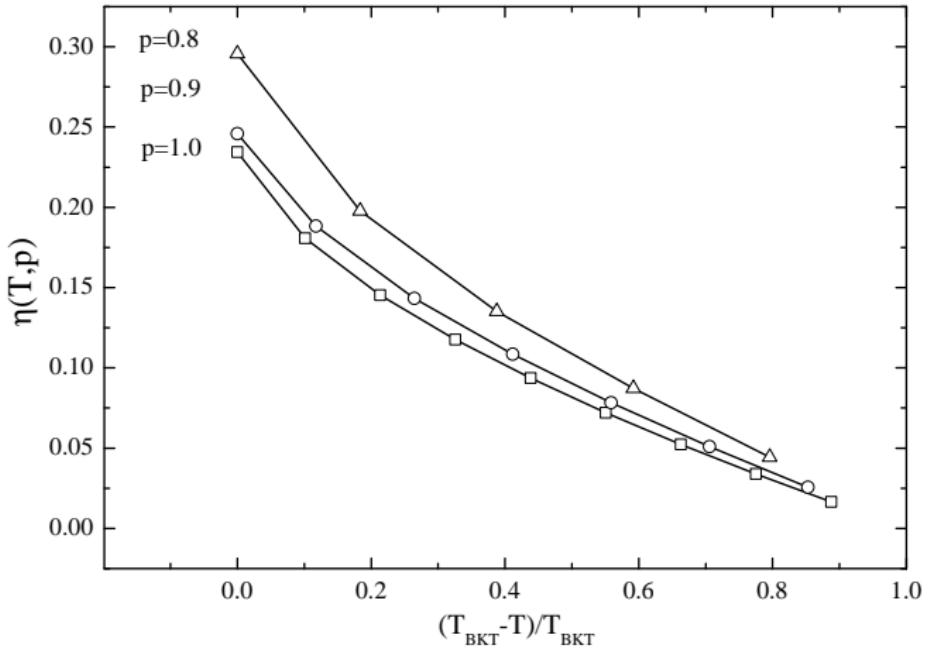


Рис. 15: Температурная зависимость критического индекса Фишера

# Нарушение флюктуационно-диссипативной теоремы

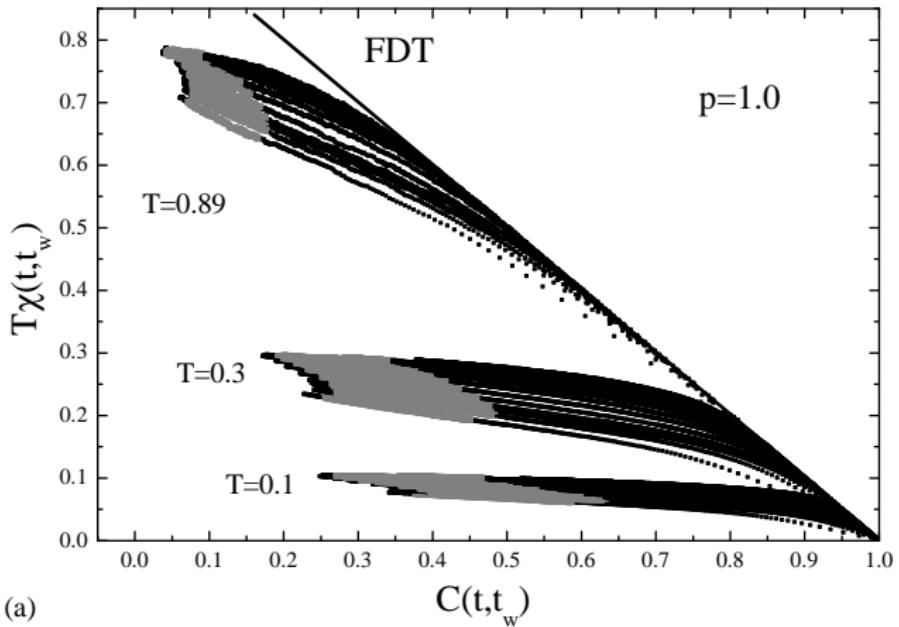
Флюктуационно-диссипативная теорема – соотношение, устанавливающее связь между спектром флюктуаций физических величин в равновесной диссипативной среде и ее обобщенными восприимчивостями, т.е. параметрами, характеризующими ее реакцию на внешнее воздействие.

$$X(t, t_w) = \frac{\chi(t, t_w)}{T} \frac{\partial C(t, t_w)}{\partial t_w} = \frac{\partial(T\chi(t, t_w))}{\partial A(t, t_w)} \quad (7)$$

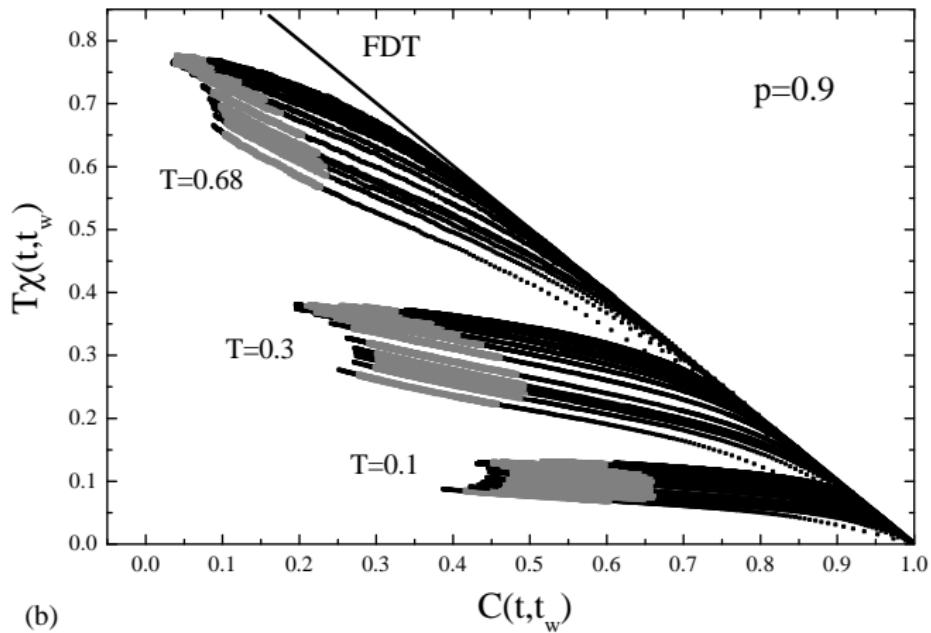
$$X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X(t, t_w) \quad (8)$$

$X^\infty$  – флюктуационно-диссипативное отношение.

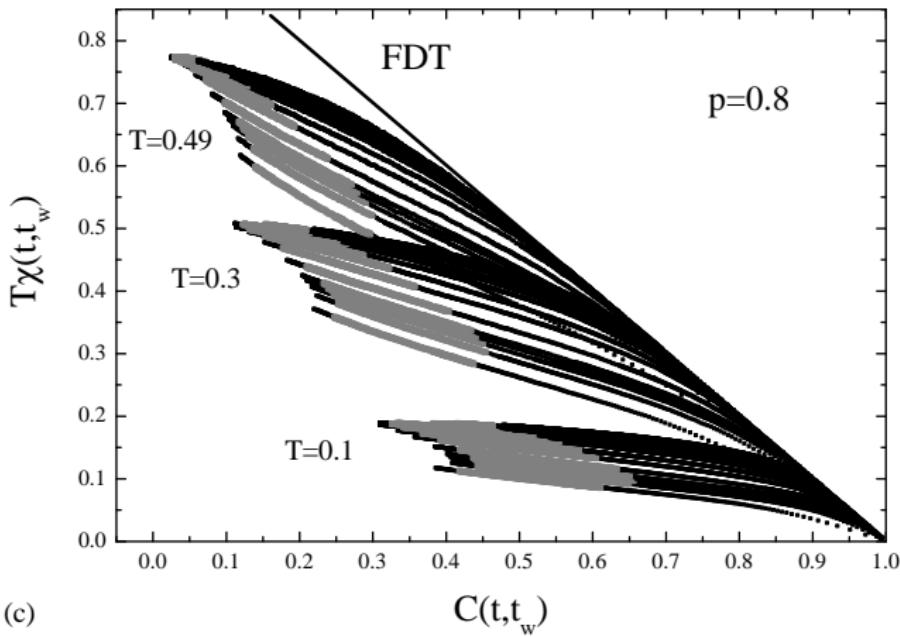
Если  $X^\infty = 1$ , то флюктуационно-диссипативная теорема выполняется, в противном случае наблюдается нарушение флюктуационно-диссипативной теоремы.



**Рис. 16:** Параметрическая зависимость динамической обобщенной восприимчивости от автокорреляционной функции для  $p = 1.0$



**Рис. 17:** Параметрическая зависимость динамической обобщенной восприимчивости от автокорреляционной функции для  $p = 0.9$



**Рис. 18:** Параметрическая зависимость динамической обобщенной восприимчивости от автокорреляционной функции для  $p = 0.8$

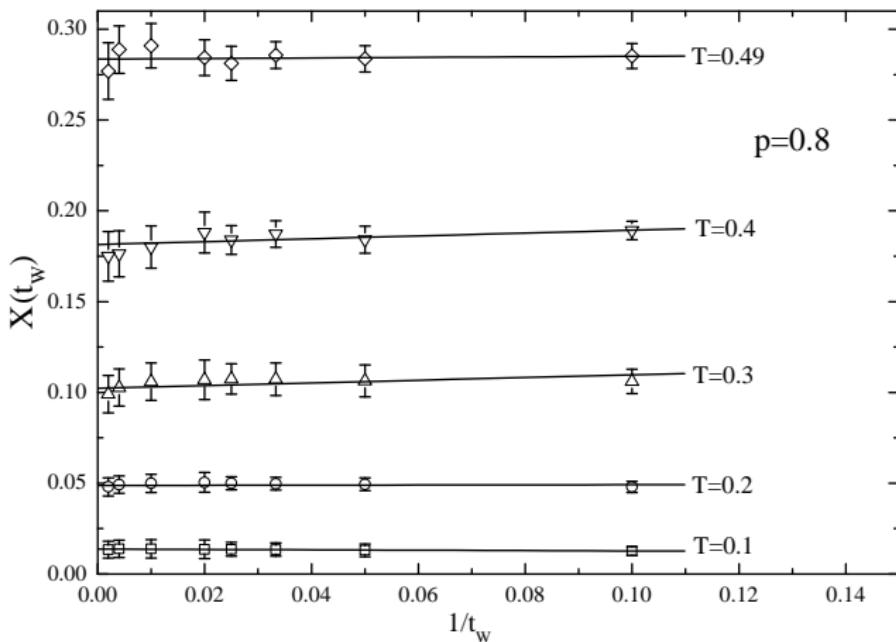


Рис. 19: Экстраполяция значений  $X(t_w)$  на  $t_w \rightarrow \infty$  для  $p = 0.8$

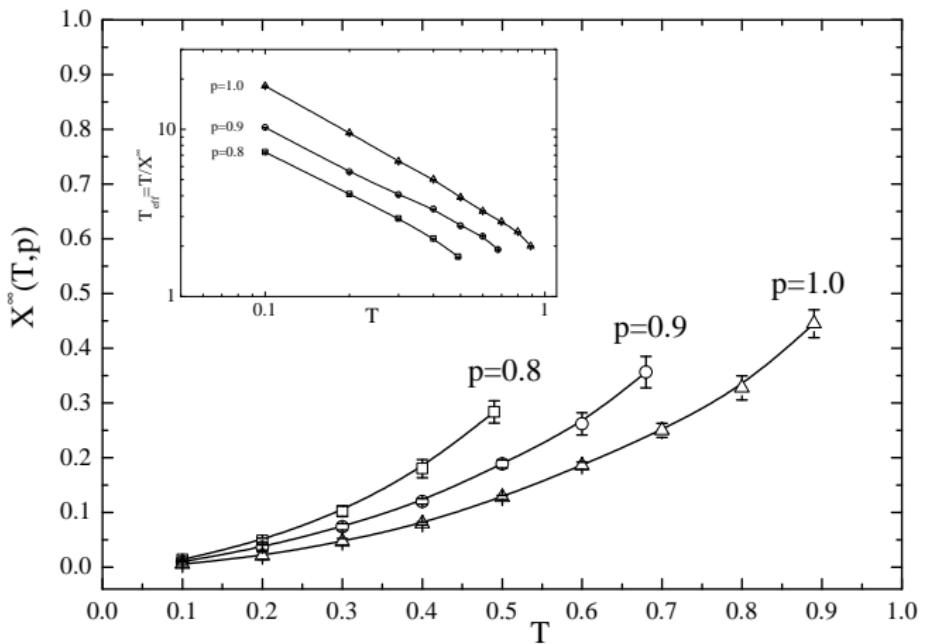


Рис. 20: Температурная зависимость флюктуационно-диссипативного отношения  $X^\infty$ . На вкладке – температурная зависимость эффективной температуры системы.

# Температурная зависимость флуктуационно-диссипативного отношения $X^\infty$

Проведено исследование температурной зависимости  $X^\infty$ .

Если положить для  $X^\infty \sim T^\lambda$ , то для различных концентраций примеси получим:

- $\lambda(p = 0.8) = 1.838 \pm 0.031$ ;
- $\lambda(p = 0.9) = 1.848 \pm 0.022$ ;
- $\lambda(p = 1.0) = 1.988 \pm 0.023$ .

$X^\infty(T = 0) = 0$  для всех рассмотренных концентраций спинов.

# Флуктуационно-диссипативное отношение $X^\infty$ при $T = T_{BKT}$

- $X^\infty(p = 1.0, T = T_{BKT}(p = 1.0)) = 0.44486 \pm 0.02553;$
- $X^\infty(p = 0.9, T = T_{BKT}(p = 0.9)) = 0.3565 \pm 0.0286;$
- $X^\infty(p = 0.8, T = T_{BKT}(p = 0.8)) = 0.2836 \pm 0.0202.$

# Эффекты памяти в двумерной XY-модели

Эффекты памяти – существование в системе корреляции с начальным состоянием даже в случае вывода системы из начальных условий моделирования.

Основным видом проявления памяти является выход на изначальную двухвременную зависимость автокорреляционной функции при временном повышении или понижении температуры системы.

Эффекты памяти являются явно немарковскими процессами при моделировании марковским стохастическим алгоритмом. Немарковскость связана с существованием в системе сильной пространственной корреляции, на разрушение которой требуется значительный промежуток времени.

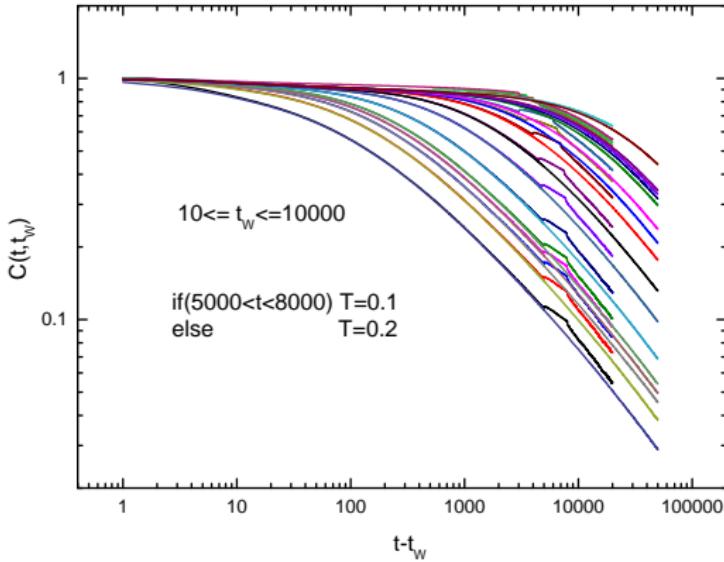


Рис. 21: Эффекты памяти при понижении температуры при старте из начального высокотемпературного состояния.

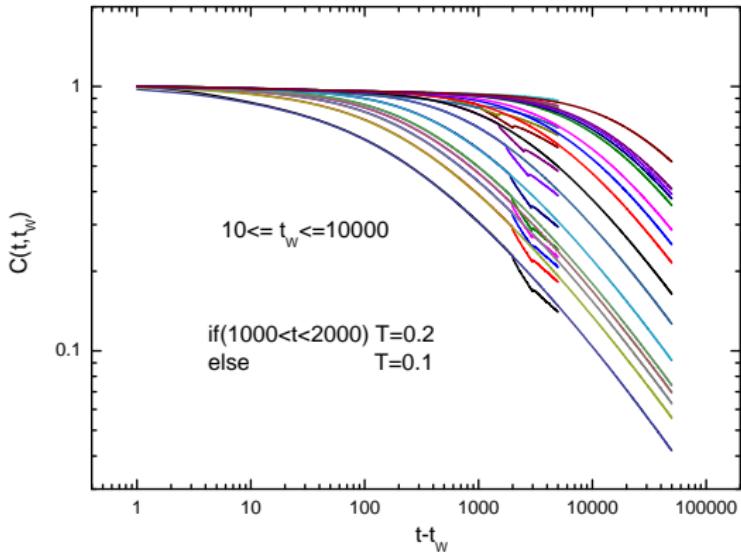


Рис. 22: Эффекты памяти при повышении температуры при старте из начального высокотемпературного состояния.

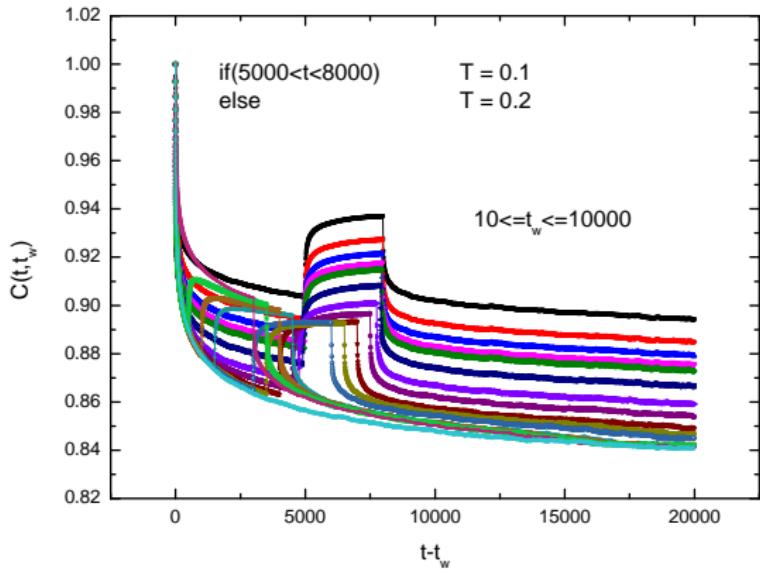


Рис. 23: Эффекты памяти при понижении температуры при старте из начального низкотемпературного состояния.

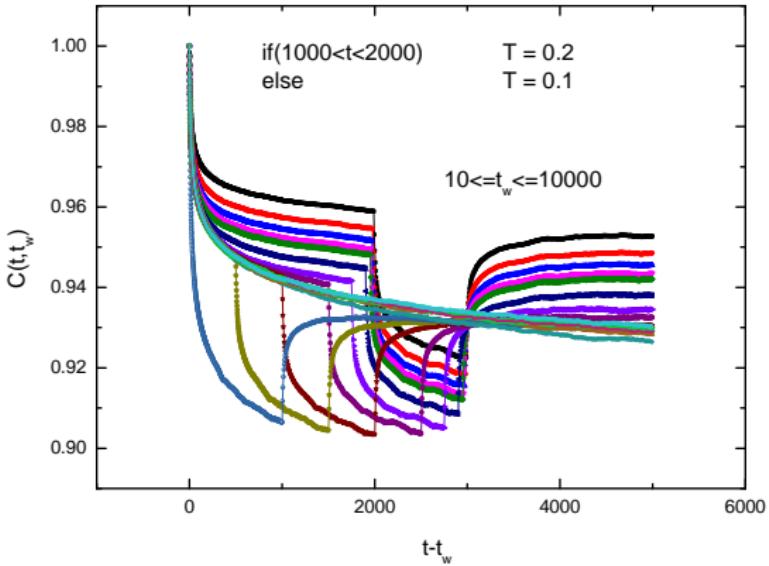


Рис. 24: Эффекты памяти при повышении температуры при старте из начального низкотемпературного состояния.

# Огрубление в двумерной XY-модели

Огрубление – неравновесный критический процесс роста крупных структур в системе путем агрегирования, «поглощения» и слияния малых структур.

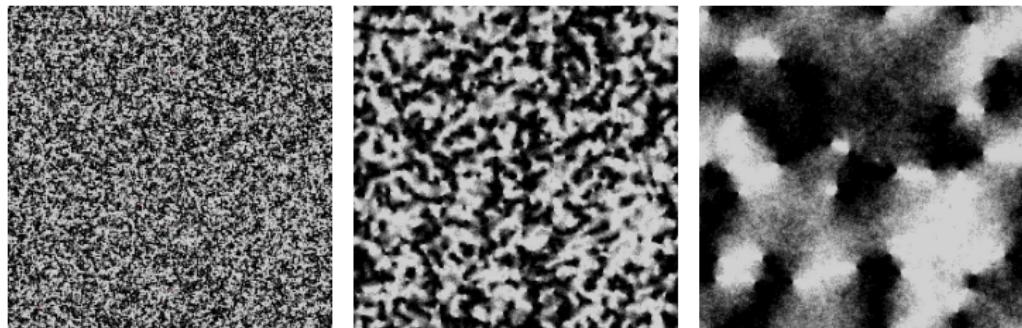


Рис. 25: Неравновесный процесс огрубления в однородной системе.  
Времена наблюдения 0, 100, 20000 MCS/s

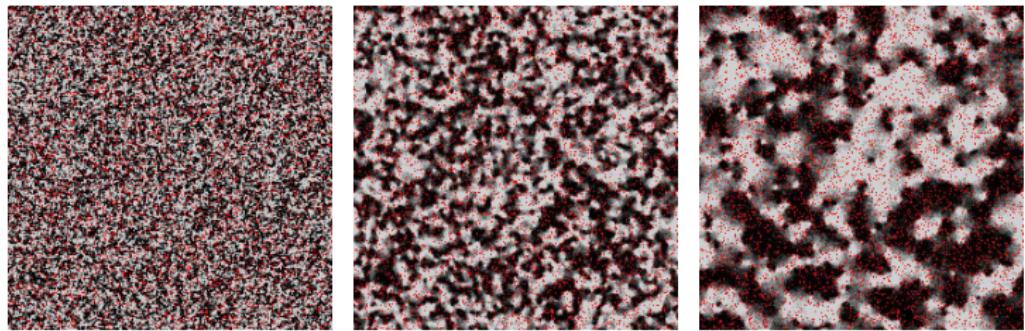


Рис. 26: Неравновесный процесс огрубления в неупорядоченной системе с  $p = 0.9$ . Времена наблюдения 0, 100, 20000 MCS/s

# Исследование огрубления в двумерной XY-модели

Для исследования огрубления в двумерной XY-модели был разработан специальный алгоритм поиска и определения геометрических параметров кластеров и областей квазидальнего порядка. В рамках функционирования алгоритма непрерывная фаза спина у узле дискретизировалась, затем производился кластерный поиск доменов, геометрические характеристики которых и определялись.

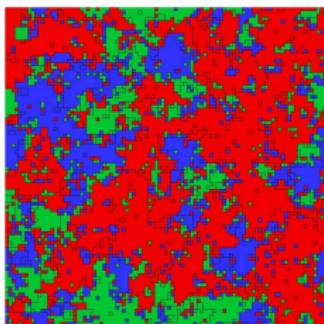


Рис. 27: Кластеризация двумерной модели

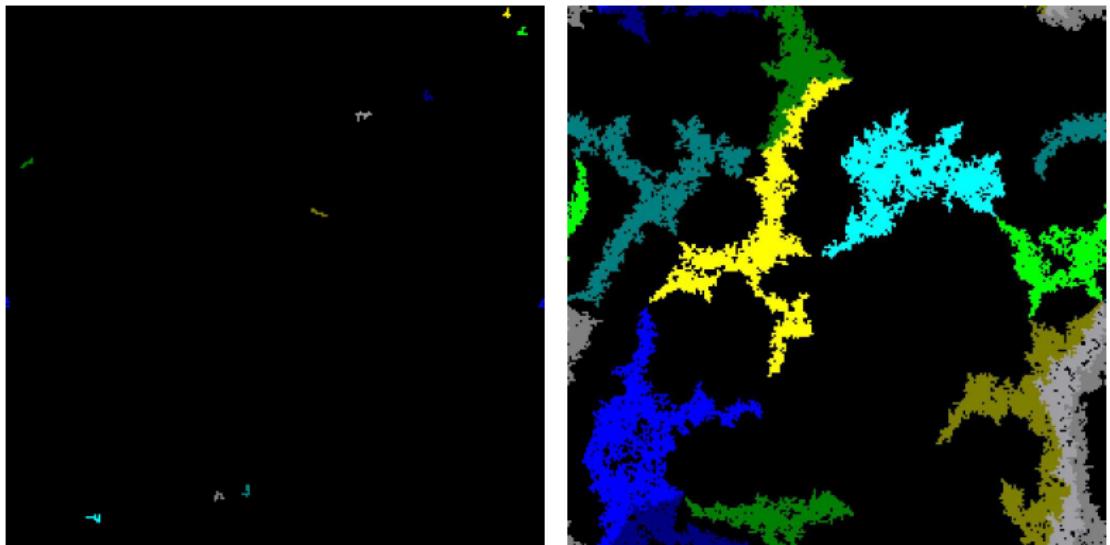


Рис. 28: Визуализация работы кластерно-дискретизационного топологического алгоритма. Времена наблюдения 0 и 2000 MCS/s

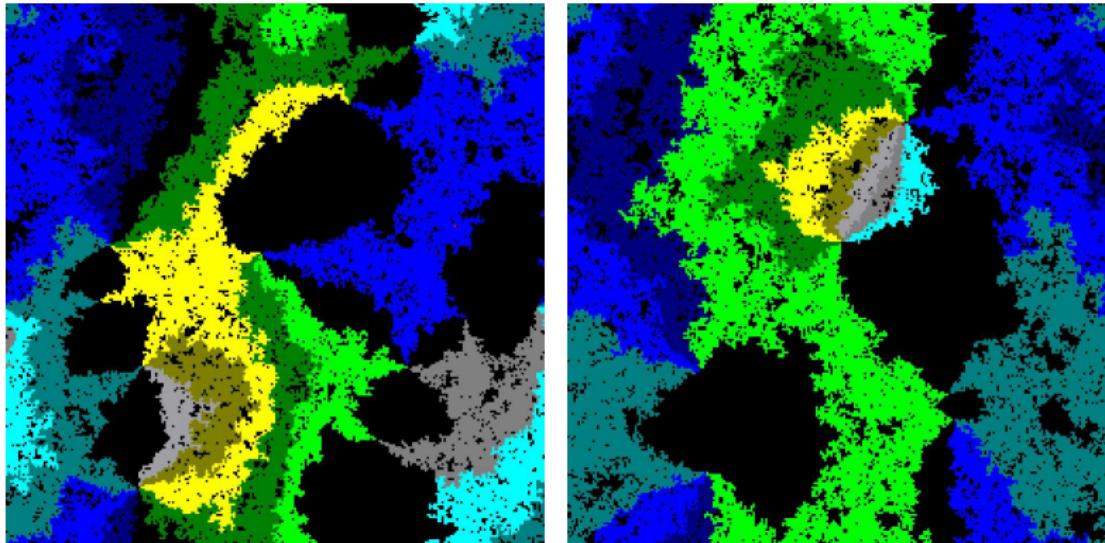


Рис. 29: Визуализация работы кластерно-дискретизационного топологического алгоритма. Времена наблюдения 70000 и 200000 MCS/s

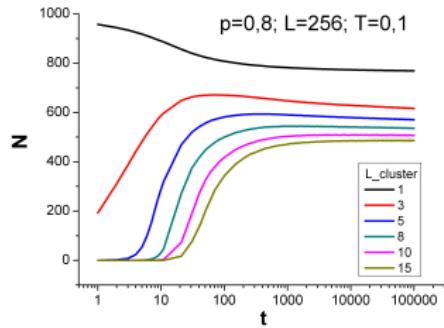
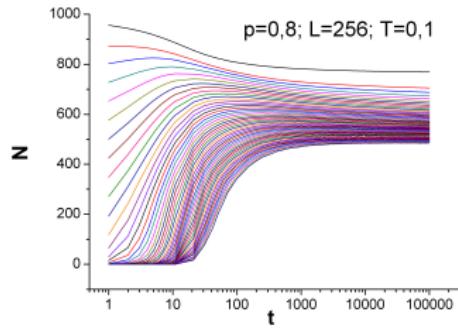


Рис. 30: Временная зависимость числа «кластеров» для различного их размера

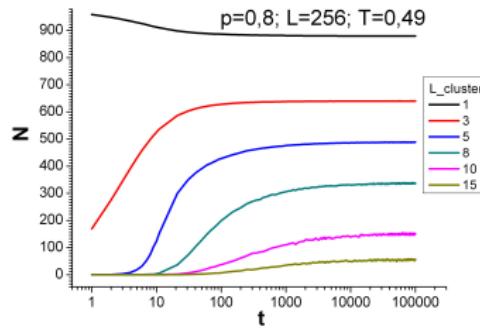
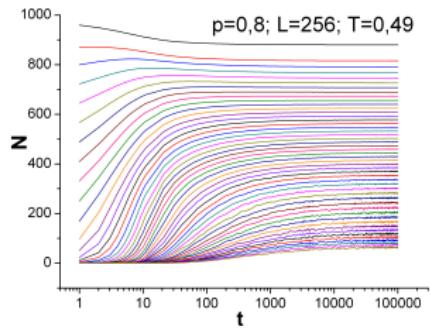


Рис. 31: Временная зависимость числа «кластеров» для различного их размера

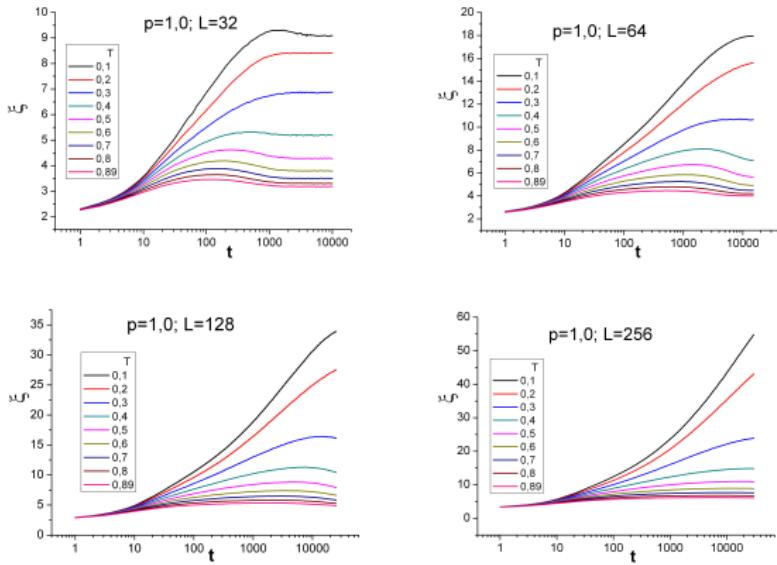


Рис. 32: Временная зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе с  $p=1.0$  из начального высокотемпературного состояния

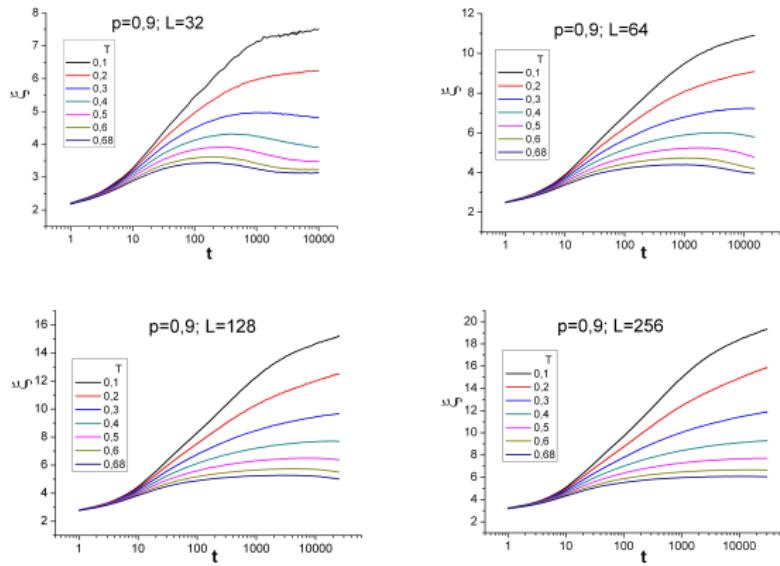
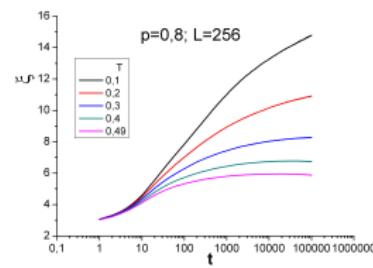
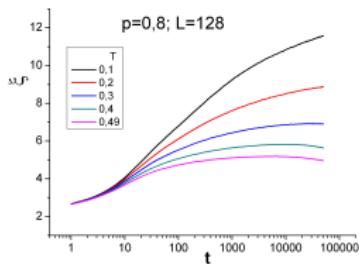
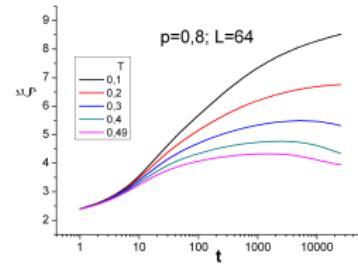
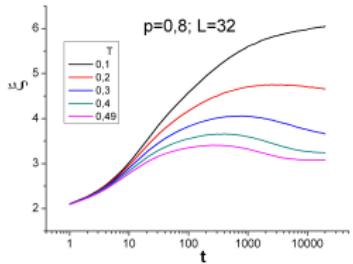
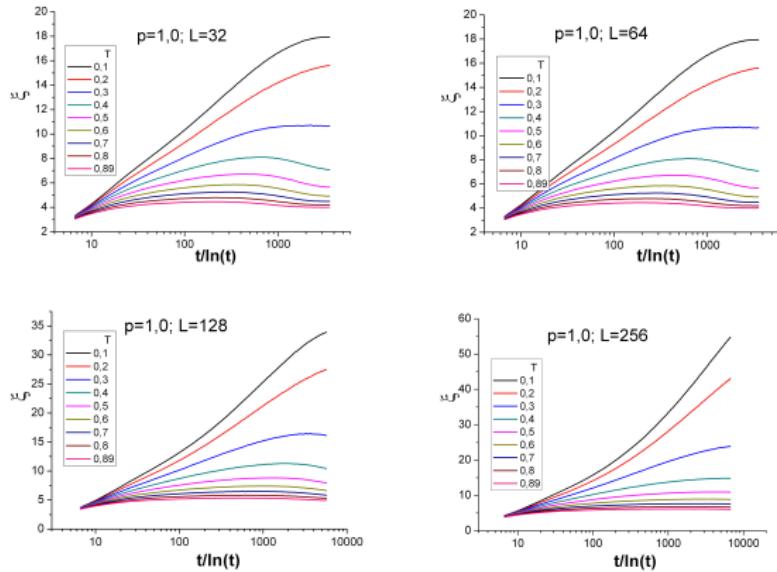


Рис. 33: Временная зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе с  $p=0.9$  из начального высокотемпературного состояния



**Рис. 34:** Временная зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе с  $p=0.8$  из начального высокотемпературного состояния



**Рис. 35:** Зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе с  $p=1.0$  от масштаба корреляционной длины

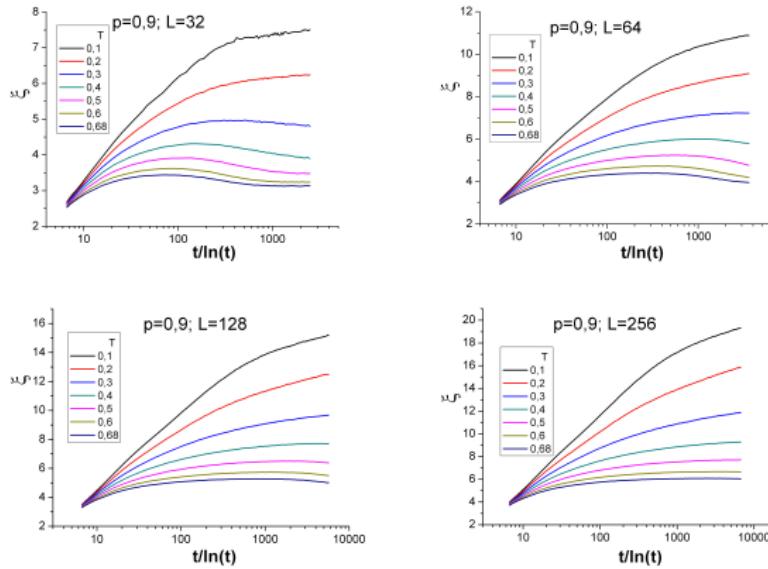
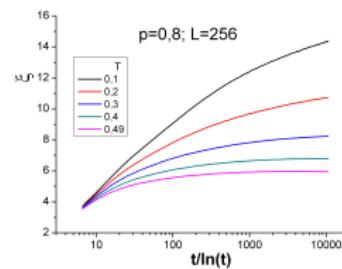
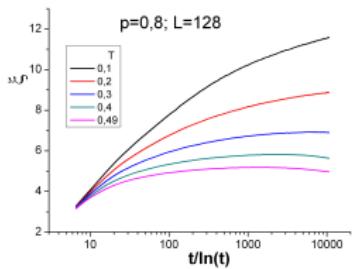
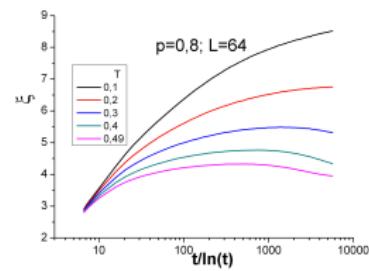
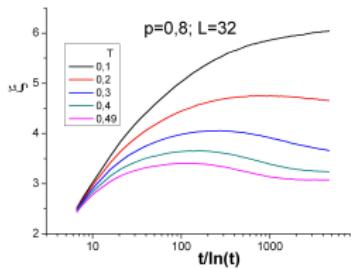


Рис. 36: Зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе с  $p=0.9$  от масштаба корреляционной длины



**Рис. 37:** Зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе с  $p=0.8$  от масштаба корреляционной длины

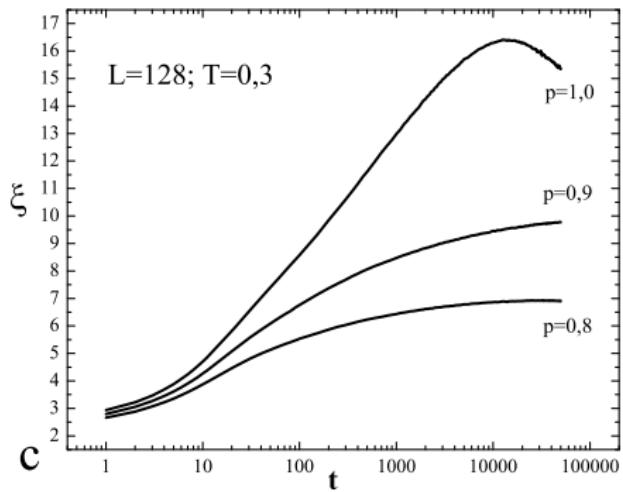


Рис. 38: Зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе

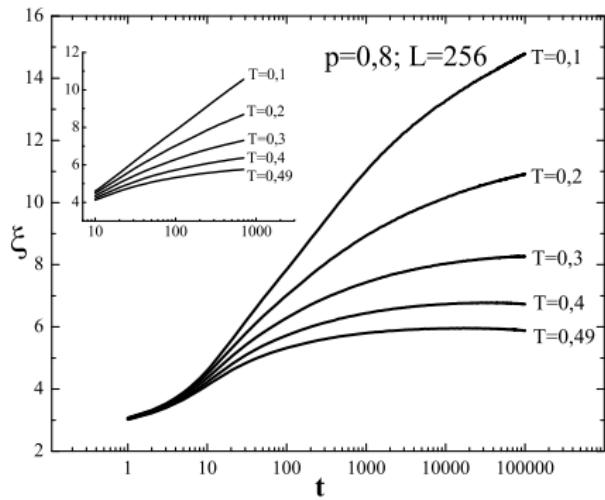


Рис. 39: Зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе

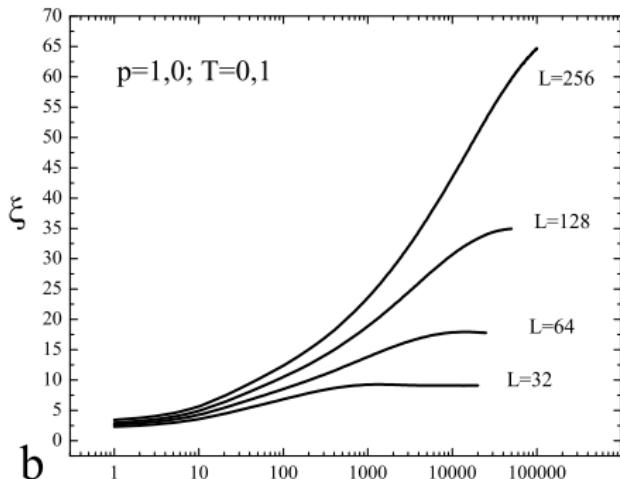
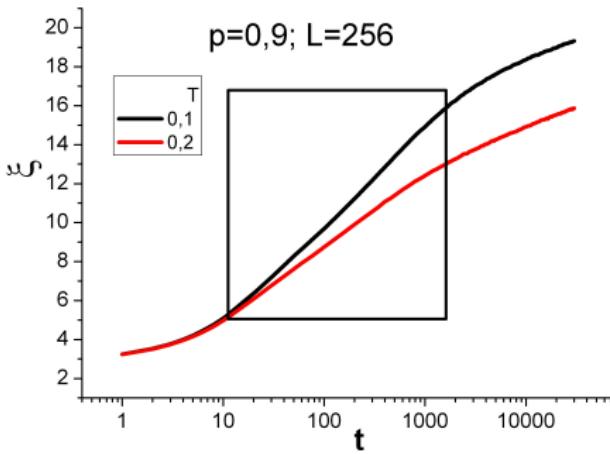


Рис. 40: Зависимость средневзвешенного размера областей квазидальнего порядка в системе



Для количественного описания логарифмического роста областей квазидальнего порядка вводится показатель логарифмического роста  $\Omega$  в соответствии с выражением

$$\xi = \xi_0 + \ln t^\Omega = \xi_0 + \Omega \ln t. \quad (9)$$

T	L=32		L=64		L=128		L=256	
	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$
0,1	3,30419	0,04613	4,50619	0,05698	6,20196	0,13372	8,47861	0,2452
0,2	2,67109	0,0141	3,77039	0,03443	5,23083	0,1005	7,15819	0,19631
0,3	2,08157	0,02347	2,90963	0,01153	4,0194	0,03146	4,68238	0,03745
0,4	1,60285	0,04116	2,16513	0,04476	2,96244	0,03005	3,69703	0,01369
0,5	1,4052	0,02575	1,87649	0,04193	2,19237	0,06037	2,91073	0,0383
0,6	1,19342	0,02441	1,50861	0,04619	1,95515	0,05128	2,31144	0,05085
0,7	1,05633	0,01374	1,39264	0,04406	1,58749	0,05529	1,84726	0,05501
0,8	0,91241	0,01273	1,15281	0,03882	1,27634	0,05046	1,71675	0,02297
0,89	0,80304	0,01128	0,94827	0,04184	1,04545	0,04792	1,44222	0,02504

Рис. 41: Температурная зависимость показателя логарифмического роста для системы с  $p=1.0$  из начального высокотемпературного состояния

T	L=32		L=64		L=128		L=256	
	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$
0,1	2,17772	0,00932	2,9822	0,0135	3,87091	0,01843	4,96305	0,04494
0,2	1,75172	0,02664	2,4345	0,02398	3,1861	0,01598	3,79457	0,00713
0,3	1,47657	0,01591	2,0184	0,02399	2,54937	0,03446	2,65639	0,04305
0,4	1,23064	0,01805	1,69647	0,01992	2,12827	0,02044	2,32825	0,04423
0,5	1,02757	0,02034	1,41654	0,02008	1,77464	0,02211	1,8219	0,0526
0,6	0,85685	0,02449	1,19631	0,02257	1,49867	0,02432	1,45058	0,05181
0,68	0,74802	0,02353	1,03695	0,0256	1,29501	0,02747	1,21054	0,05067

Рис. 42: Температурная зависимость показателя логарифмического роста для системы с  $p=0.9$  из начального высокотемпературного состояния

T	L=32		L=64		L=128		L=256	
	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$	$\Omega$	$\Delta\Omega$
0,1	1,56668	0,0229	2,01186	0,02946	2,75954	0,01591	3,27034	0,01168
0,2	1,21326	0,03293	1,6767	0,03257	2,21718	0,02608	2,55857	0,03692
0,3	0,92411	0,03686	1,44408	0,03675	1,82469	0,0189	2,08841	0,02165
0,4	0,84704	0,03724	1,21436	0,02051	1,50736	0,02241	1,71459	0,02062
0,49	0,6947	0,03649	1,02771	0,02371	1,27814	0,02619	1,4386	0,02555

Рис. 43: Температурная зависимость показателя логарифмического роста для системы с  $p=0.8$  из начального высокотемпературного состояния

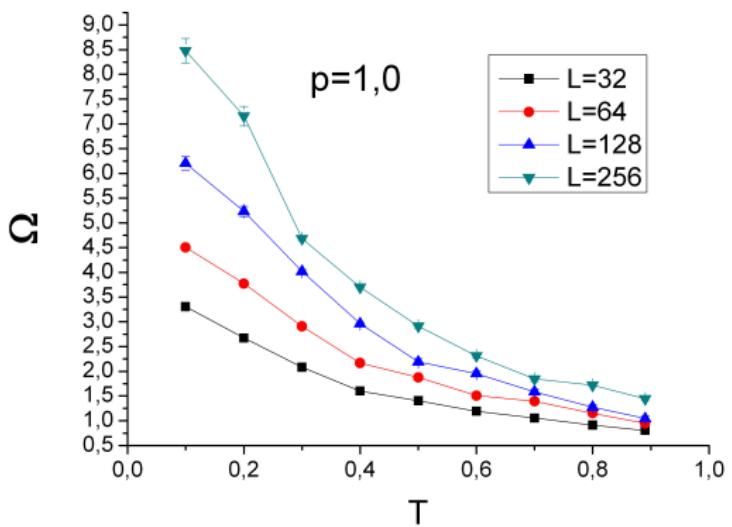


Рис. 44: Температурная зависимость показателя логарифмического роста для системы с  $p=1.0$  из начального высокотемпературного состояния

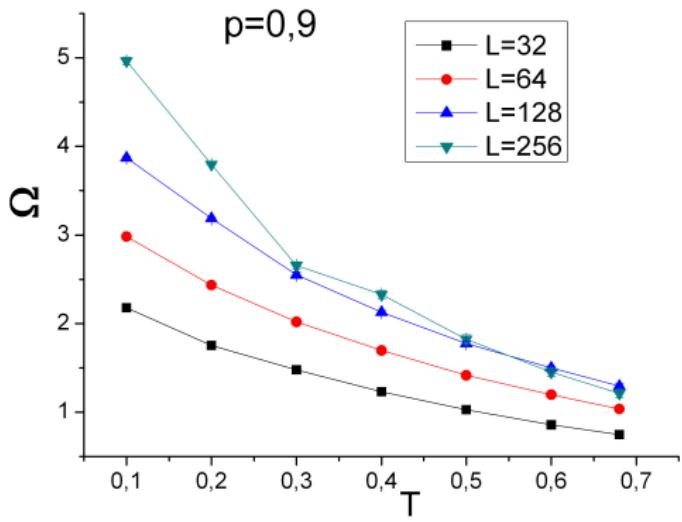


Рис. 45: Температурная зависимость показателя логарифмического роста для системы с  $p=0.9$  из начального высокотемпературного состояния

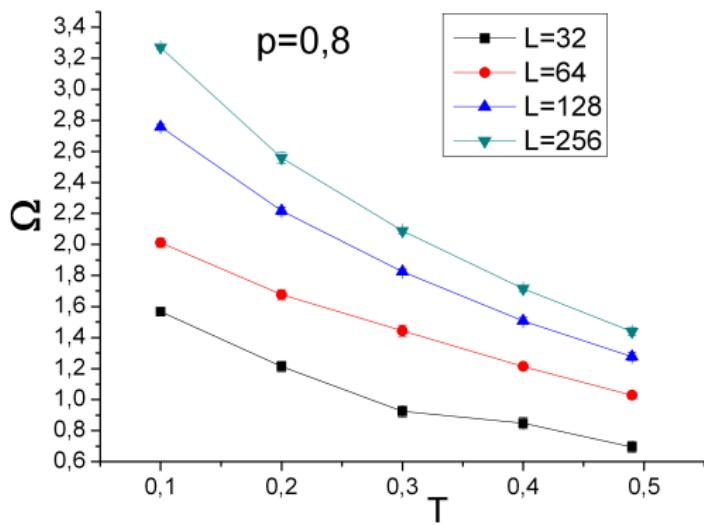


Рис. 46: Температурная зависимость показателя логарифмического роста для системы с  $p=0.8$  из начального высокотемпературного состояния

Для описания зависимости  $\Omega$  от  $L$  и нахождения асимптотического значения при  $L \rightarrow \infty$  была исследована следующая скейлинговая зависимость:

$$\Omega \sim L^\Sigma. \quad (10)$$

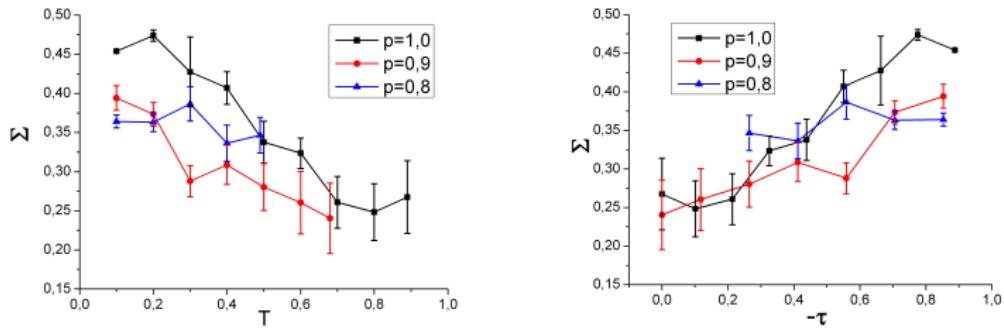


Рис. 47: Температурная зависимость показателя  $\Sigma$  скейлинговой зависимости для показателя логарифмического роста  $\Omega$

# Исследование вихревой динамики в двумерной XY-модели

Вихри и антивихри – топологические элементарные возбуждения в двумерной XY-модели. Взаимодействие вихрей и антивихрей в неравновесном режиме друг с другом, со спин-волновыми возбуждениями и с полей дефектов структуры приводит к реализации в системе неравновесной критической динамики.

Благодаря неравновесным процессам аннигиляции и рассеяния, а также пиннингу, наблюдаются старение и память, а огрубление прямо и косвенно связано с вихревой динамикой.

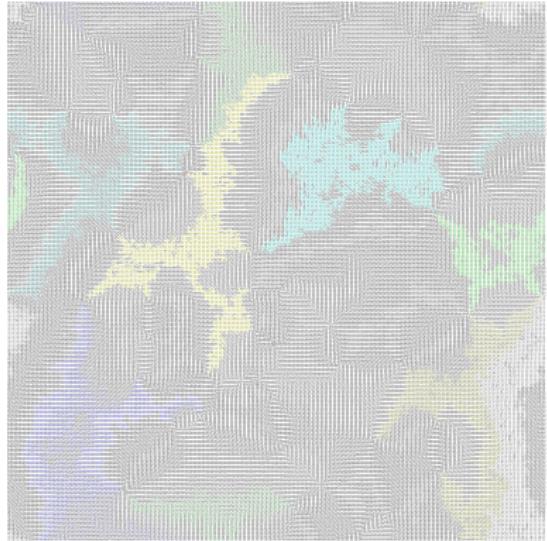
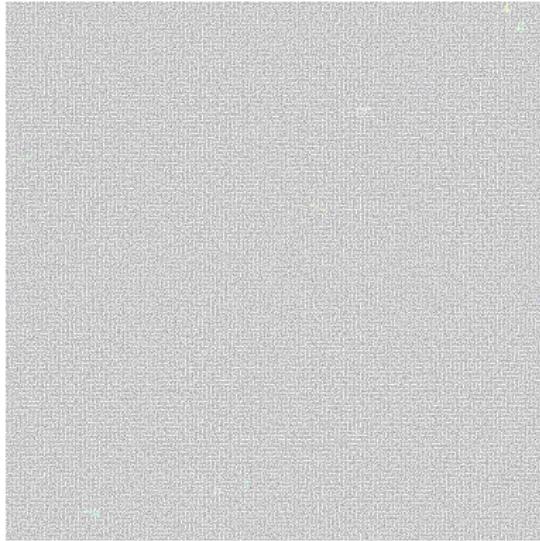


Рис. 48: Визуализация динамики системы. Времена наблюдения 0 и 2000 MCS/s

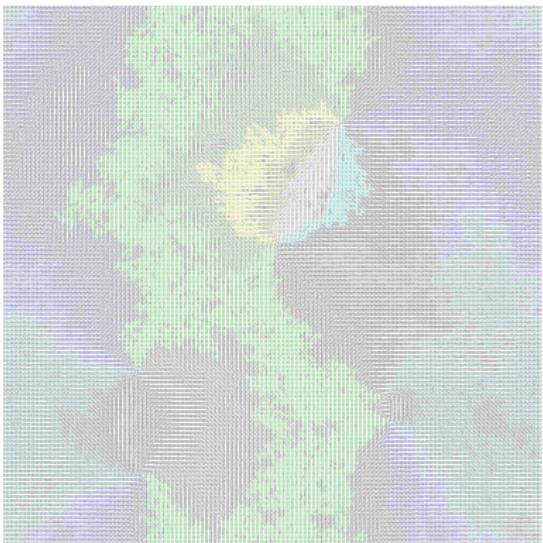
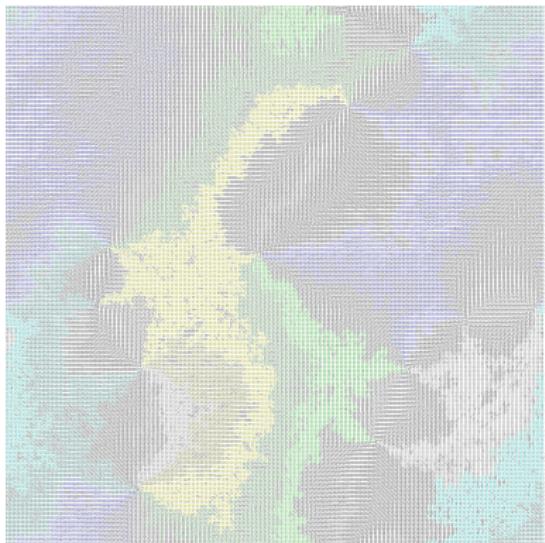


Рис. 49: Визуализация динамики системы. Времена наблюдения 70000 и 200000 MCS/s



Рис. 50: Визуализация динамики неравновесного пиннинга в системе. Время наблюдения 200000 MCS/s

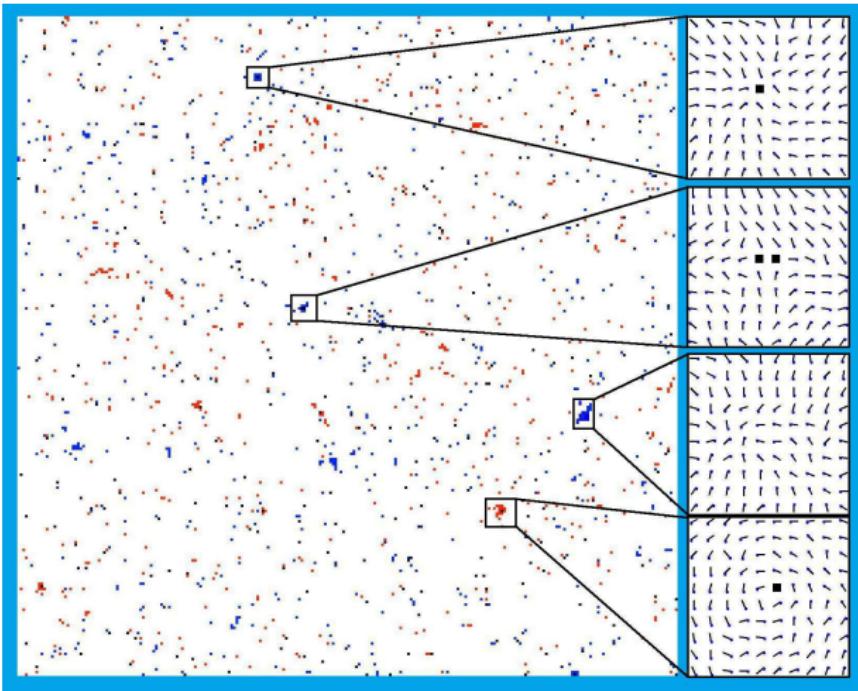


Рис. 51: Визуализация работы адаптивного топологического алгоритма поиска и идентификации вихревых возбуждений в системе

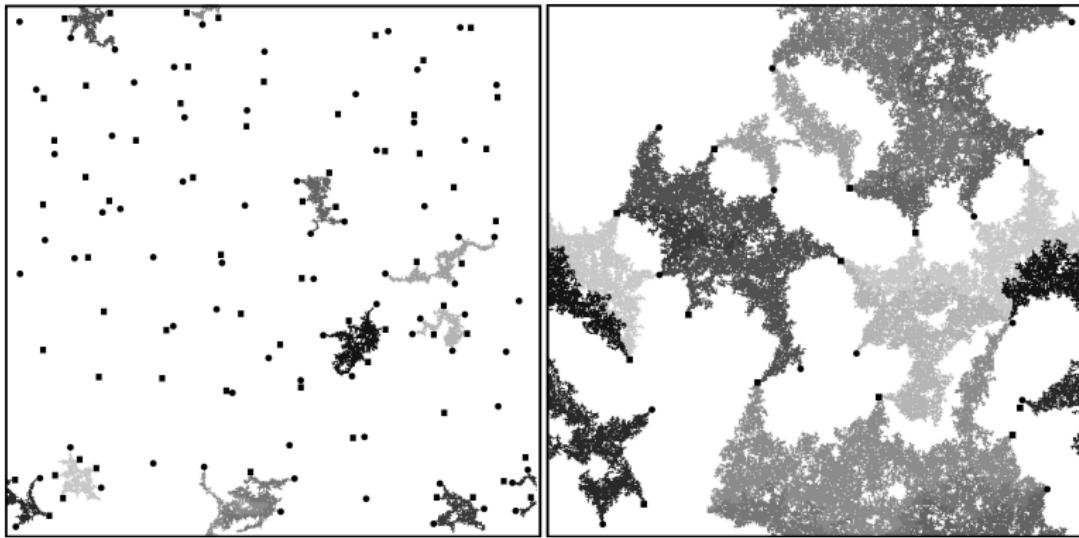


Рис. 52: Визуализация «окаймляющего» действия крупных вихрей на процесс неравновесного критического огрубления и доменного роста. Времена наблюдения 1000 и 100000 MCS/s. (●) – вихрь, (■) – антивихрь

# Основные выводы

- Проведено моделирование неравновесного критического поведения двумерной XY-модели. Проведен расчет двухвременных зависимостей автокорреляционной функции и обобщенной восприимчивости системы. Расчеты проводились для широкого диапазона концентраций спинов:  $p = 1.0, 0.9$  и  $0.8$ .
- В системе обнаружены эффекты старения и связанное с ними нарушение флюктуационно-диссипативной теоремы.
- Исследована температурная зависимость критического индекса Фишера, а также влияния на его величину степени структурного беспорядка в системе. Влияние структурного беспорядка приводит к незначительному увеличению значений индексов. Получено соответствие с результатами по критерию Харриса.

# Основные выводы

- Проведен расчет скейлинговой функции  $\Phi$  для автокорреляционной функции.
- Впервые получены значения флюктуационно-диссипативного отношения  $X^\infty$  для всей низкотемпературной фазы системы для широкого диапазона концентрации примеси в системе.
- Обнаружено, что температурная зависимость  $X^\infty$  имеет степенное поведение для всех рассматриваемых значений концентрации спинов.
- Показано также, что  $X^\infty(T = 0) = 0$  для всех рассмотренных концентраций примеси в системе.

# Основные выводы

- В результате расчетов выявлено, что влияние структурного беспорядка приводит к повышению величины  $X^\infty$ . Это можно связать с процессами пиннинга топологических элементарных возбуждений, а также замедлением спиновой диффузии.
- В критической точке для структурно однородной системы получено значение  $X^\infty(p = 1.0, T = T_{ВКТ}) = 0.44486 \pm 0.02553$ , что весьма близко к аналитическому значению  $X^\infty(p = 1.0, T = T_{ВКТ}) = 0.5$ , полученному в безвихревом приближении. Отклонение от аналитического значения может быть объяснено влиянием вихревых возбуждений и развитых критических флюктуаций.

# Основные выводы

- В двумерной  $XY$ -модели обнаружены эффекты памяти.
- Проявление эффектов памяти в двумерной  $XY$ -модели настолько сильно и значительно, что память проявляется даже при повышении температуры, чего прежде не наблюдалось в подобных исследованиях.
- Память проявляется на значительных временных промежутках, более чем на порядок больших, чем наблюдалось прежде в подобных моделях критического поведения.

# Основные выводы

- Разработан и программно реализован алгоритм выделения и определения параметров областей квазидальнего порядка в системе с непрерывной симметрией.
- Выявлены и исследованы эффекты огрубления в неравновесном критическом поведении двумерной XY-модели.
- Исследовано влияние дефектов структуры на эффекты огрубления.

# Основные выводы

- Разработан и программно реализован адаптивный топологический алгоритм поиска и идентификации топологических возбуждения (вихрей и антивихрей) в неравновесном критическом поведении системы.
- Исследование неравновесной критической вихревой динамики показало, что вихри сильно связаны с процессами кластерного и доменного роста в системе.
- Крупные вихревые структуры, возникающие вследствие неравновесной аннигиляции и вихревого огрубления определенным образом «окаймляют» крупные доменные структуры, тем самым влияя на процесс критического огрубления и доменного роста.

# Основные выводы

- Непосредственное влияние поля дефектов структуры на неравновесное критическое огрубление сводится к простому нарушению трансляционной симметрии в кастерах и простом мультипликативному снижению их геометрических размеров.
- Замедление динамики критического огрубления связано с косвенным влиянием поля дефектов структуры на рост доменов посредством прямого воздействия на вихри в системе путем неравновесного пиннинга. Неравновесный пиннинг замедляет динамику крупных вихревых структур и динамику вихревого огрубления, тем самым через крупные вихри замедляет рост доменов, таким образом замедляя динамику огрубления.

# Двумерная фрустрированная антиферромагнитная модель Гейзенберга

Двумерная модель Гейзенберга описывается с использованием гамильтониана вида:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle}^N \vec{S}_i \vec{S}_j, \quad (11)$$

где  $J < 0$  – обменный интеграл,  $\vec{S}_i$  – классический трехмерный спин;  $N$  – число узлов плоской треугольной решетки размера  $L$ ;

# Актуальность исследования

Фruстрированные антиферромагнетики образуют широкий класс магнетиков, в которых обменные взаимодействия между магнитными моментами на разных узлах решетки конкурируют друг с другом.

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальным<sup>11 12</sup> и теоретическим<sup>13 14 15 16</sup> исследованиям динамических свойств двумерных фruстрированных систем с треугольной решеткой.

---

<sup>11</sup> *Europhys. Lett.* 93, 37004 (2011)

<sup>12</sup> arXiv:1306.3887

<sup>13</sup> *Phys. Rev. B* 72, 134429 (2005)

<sup>14</sup> *Phys. Rev. B* 79, 144416 (2009)

<sup>15</sup> *J. Phys. Soc. Jpn.* 79, 084706 (2010)

<sup>16</sup> *Phys. Rev. B* 88, 094407 (2013)

## Основное состояние системы

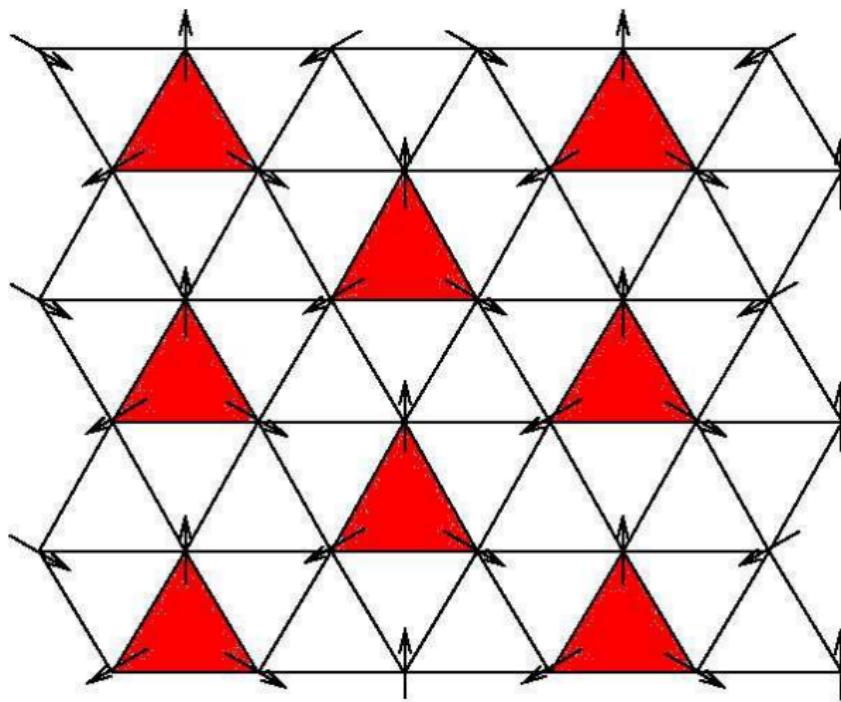


Рис. 53: Основное состояние системы – «120-градусный порядок»

# Параметр порядка двумерной антиферромагнитной модели Гейзенберга

$$\vec{S}_Q = \sum_i e^{i\vec{Q}\vec{R}_i} \vec{S}_i; \quad (12)$$

$\vec{Q}$  – вектора из первой зоны Бриллюэна:

$$\vec{Q} = (4\pi/3, 0);$$

$$\vec{Q} = (2\pi/3, 2\pi/\sqrt{3});$$

$$\vec{Q} = (2\pi/3, -2\pi/\sqrt{3});$$

Параметром порядка в рассматриваемой системе выбирается выражение  $\sqrt{|\vec{S}_Q|^2}$ .

# Пространственная корреляция и корреляционная длина в системе

$$\xi = \frac{3L}{4\pi} \sqrt{\frac{\chi}{\Phi} - 1}; \quad (13)$$

$$\chi = \langle |\vec{S}_Q|^2 \rangle - \langle |\vec{S}_Q| \rangle^2; \quad (14)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \langle \sum_{n=x,y} | \sum_i \vec{S}_i \cdot e^{i\vec{q}_n \vec{R}_i + i\vec{Q} \vec{R}_i} |^2 \rangle; \quad (15)$$

$\vec{q}_n$  – набор базисных векторов обратной решетки:

$$\vec{q}_x = \left( \frac{2\pi}{L}, -\frac{2\pi}{\sqrt{3}L} \right);$$

$$\vec{q}_y = \left( 0, \frac{4\pi}{\sqrt{3}L} \right);$$

# Топологический фазовый переход Березинского-Костерлица-Таулесса и аналогичный ему кроссовер

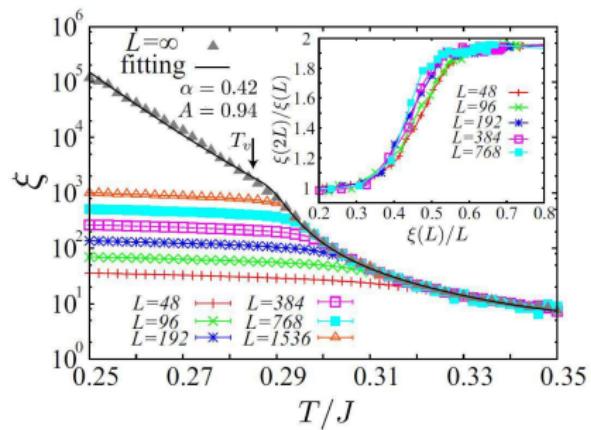
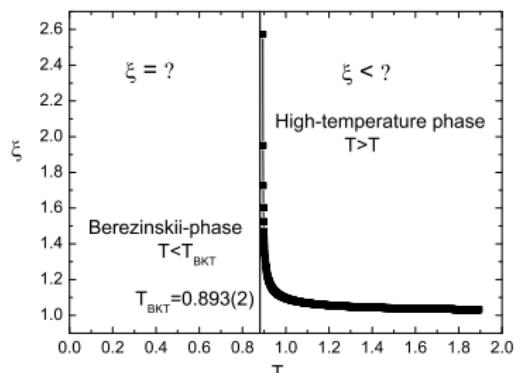
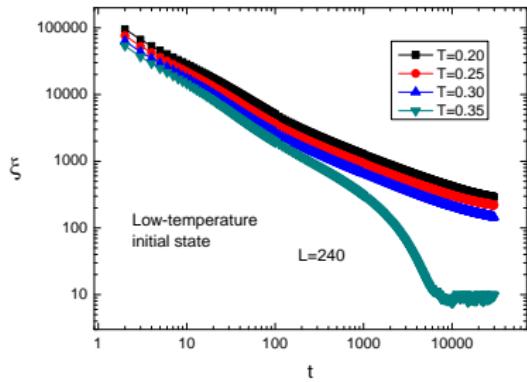
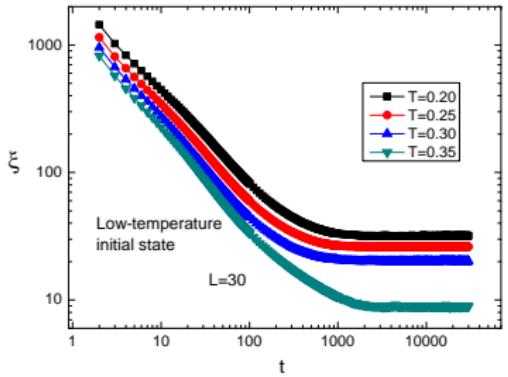
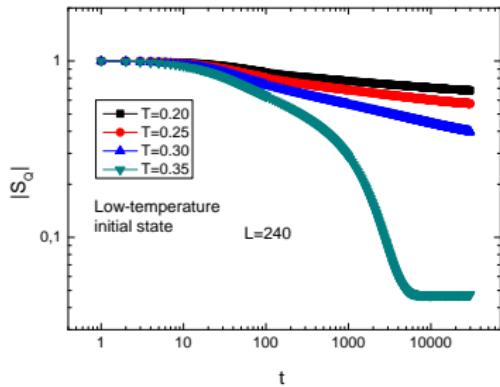
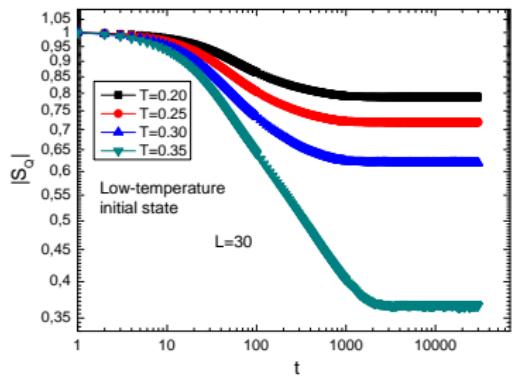


Рис. 54: Сравнение температурных зависимостей корреляционной длины для двумерной XY-модели и двумерной фрустрированной антиферромагнитной модели Гейзенберга [arXiv:0909.0121v2]



**Рис. 55:** Временная зависимость корреляционной длины системы при неравновесной эволюции из начального низкотемпературного состояния для  $L = 30$  и  $L = 240$



**Рис. 56:** Временная зависимость параметра порядка системы при неравновесной эволюции из начального низкотемпературного состояния для  $L = 30$  и  $L = 240$

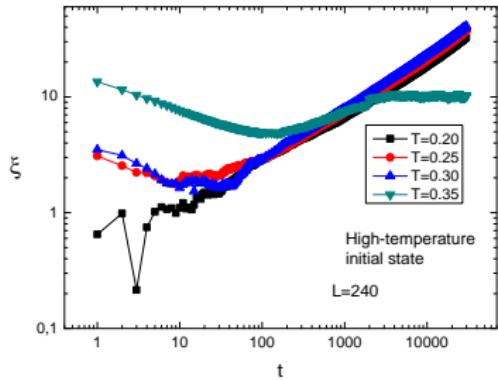
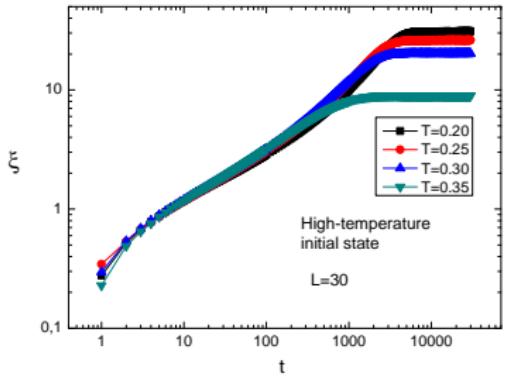
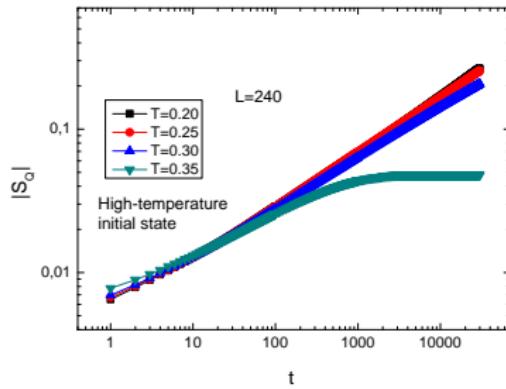
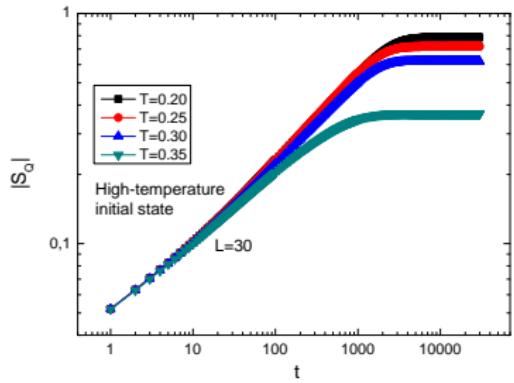


Рис. 57: Временная зависимость корреляционной длины системы при неравновесной эволюции из начального высокотемпературного состояния для  $L = 30$  и  $L = 240$



**Рис. 58:** Временная зависимость параметра порядка системы при неравновесной эволюции из начального высокотемпературного состояния для  $L = 30$  и  $L = 240$

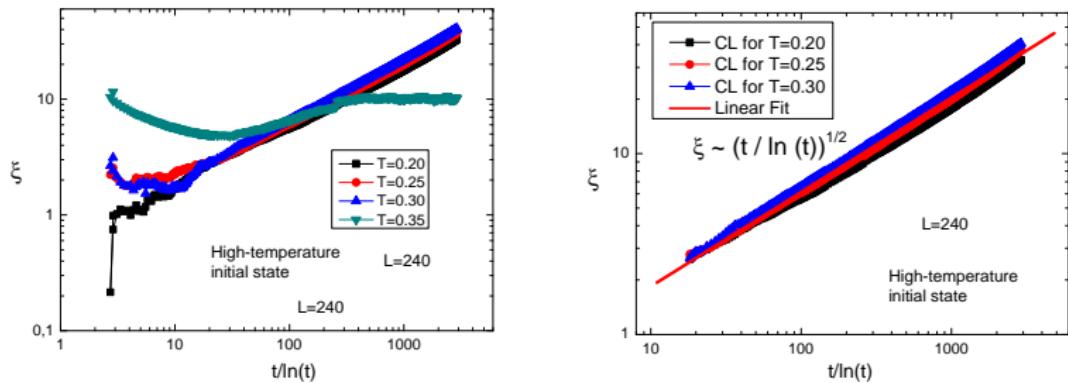


Рис. 59: Динамика корреляционной длины системы для  $L = 240$  в координатах  $t / \ln t$

Имеется явное сходство с критической динамикой двумерной XY-модели<sup>17</sup>.

<sup>17</sup>A.J. Bray, A.J. Briant, D.K. Jervis (2000) *Phys. Rev. Lett.* **84** 1503

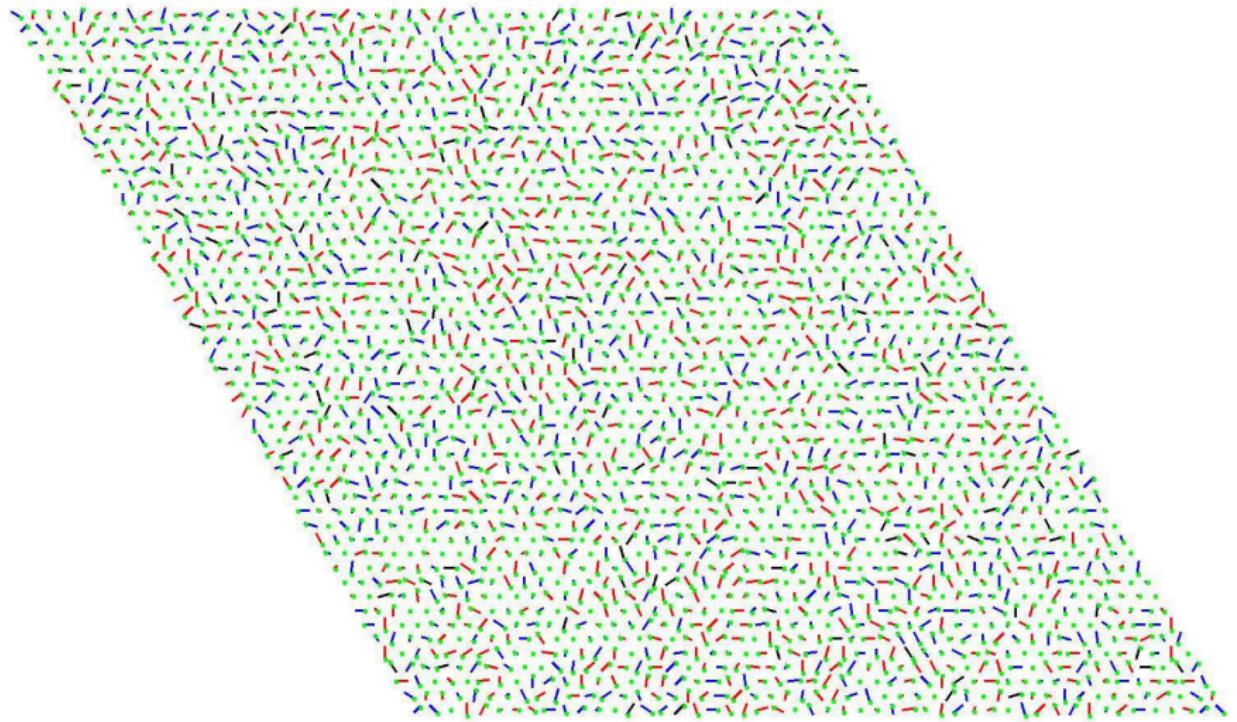


Рис. 60: Спиновая конфигурация системы: 0MCS/s

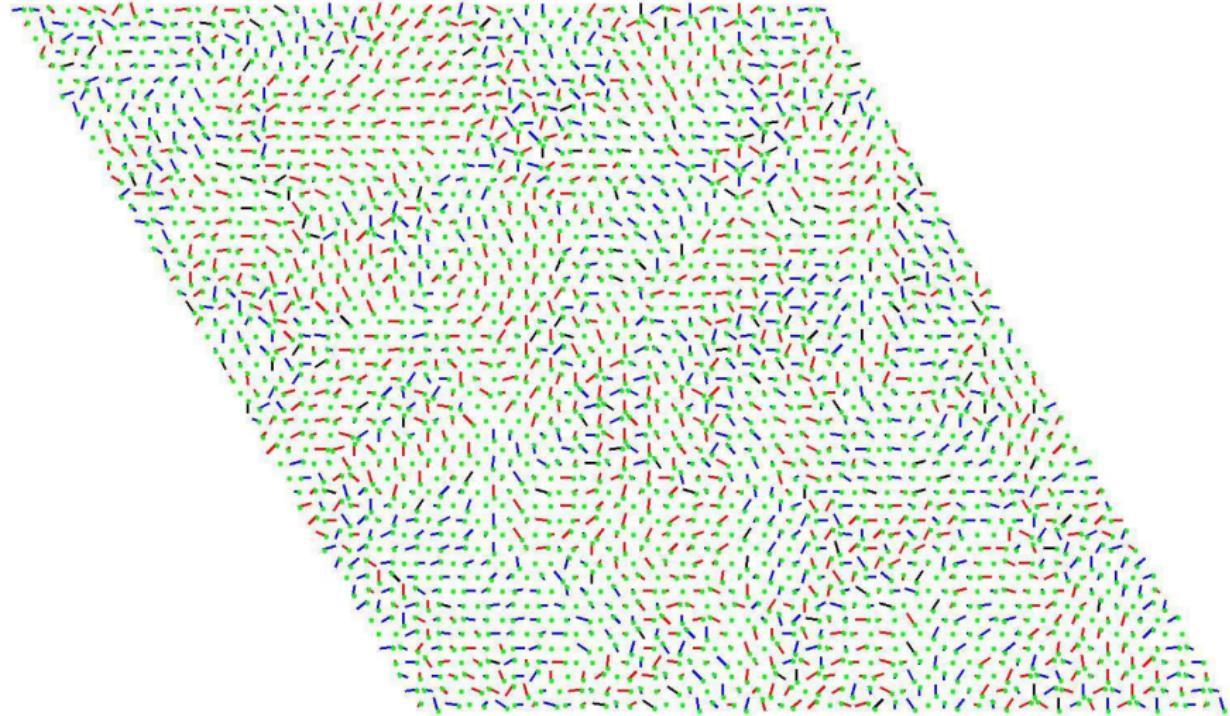


Рис. 61: Спиновая конфигурация системы:  $10000 \text{ MCS}/\text{s}$

# Вихревой параметр порядка

Локальный вихревой параметр порядка:

$$\vec{\kappa}(\vec{r}) = \frac{2}{3\sqrt{3}} (\vec{S}_{\vec{r}} \times \vec{S}_{\vec{r}+\vec{a}_1} + \vec{S}_{\vec{r}+\vec{a}_1} \times \vec{S}_{\vec{r}+\vec{a}_2} + \vec{S}_{\vec{r}+\vec{a}_2} \times \vec{S}_{\vec{r}}) \quad (16)$$

Вихревой параметр порядка:

$$\vec{K} = \frac{1}{L^2} \sum_{\vec{r}} \vec{\kappa}(\vec{r}) \quad (17)$$

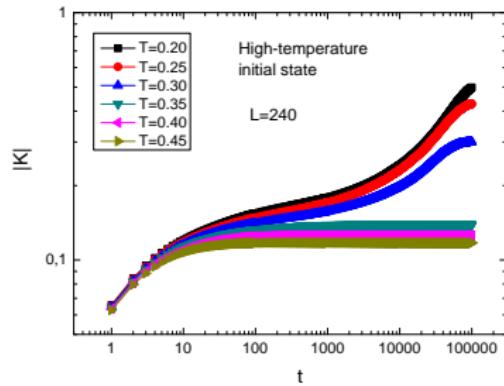
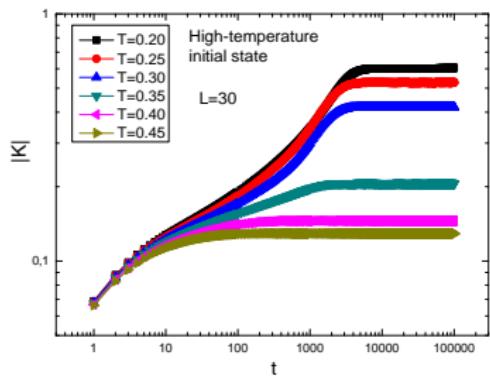


Рис. 62: Временная зависимость вихревого параметра порядка системы с  $L = 240$  и  $L = 30$  для начального высокотемпературного состояния

# Эффекты старения

Эффекты старения (от англ. aging) — эффекты, связанные с замедлением релаксационных процессов в системе при увеличении возраста или времени приготовления системы  $t_w$ .

Автокорреляционная функция:

$$C(t, t_w) = \left\langle \frac{1}{L^2} \sum_i \vec{S}_i(t) \vec{S}_i(t_w) \right\rangle - \left\langle \frac{1}{L^2} \sum_i \vec{S}_i(t) \right\rangle \left\langle \frac{1}{L^2} \sum_i \vec{S}_i(t_w) \right\rangle. \quad (18)$$

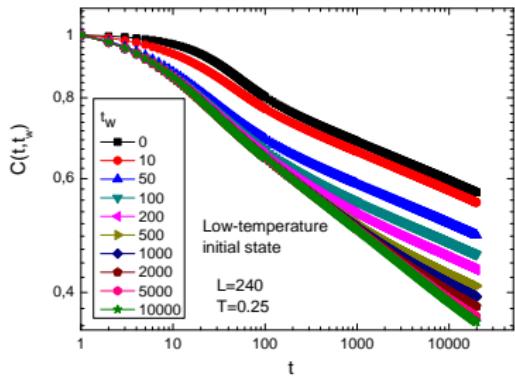
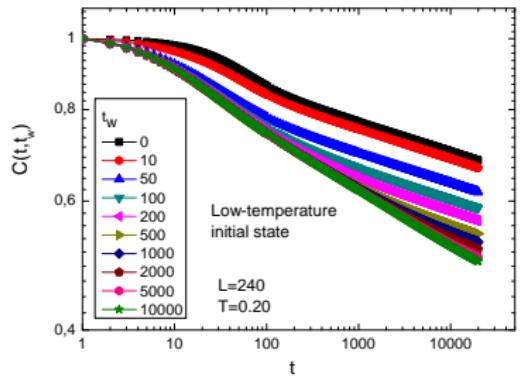


Рис. 63: Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы для  $L = 240$ ;  $T = 0.2$  и  $T = 0.25$  при старте из начального высокотемпературного состояния

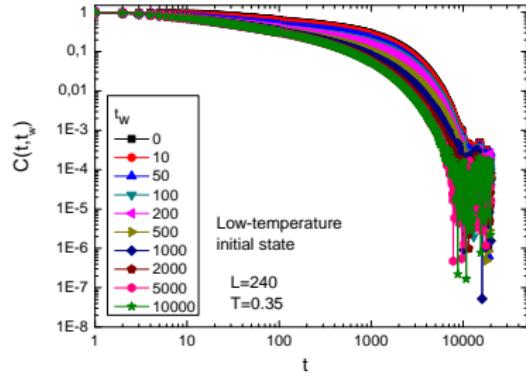
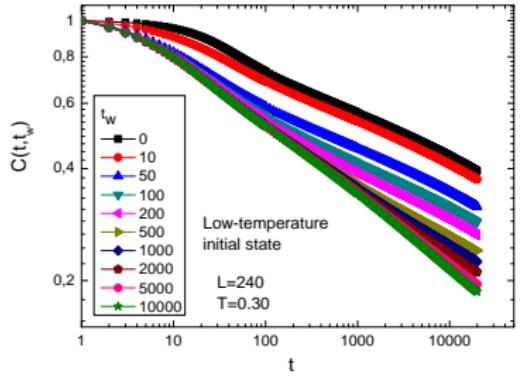
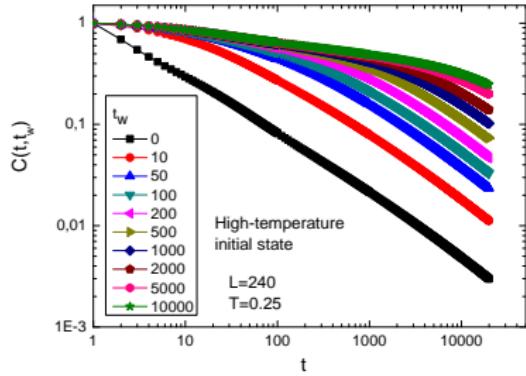
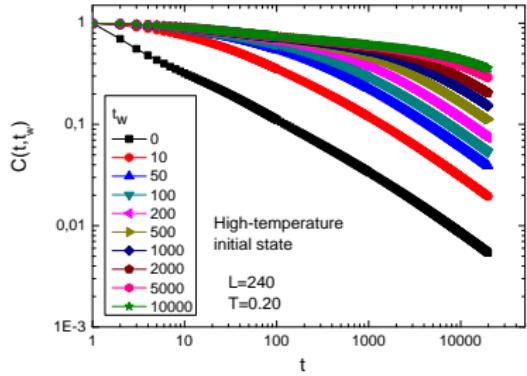


Рис. 64: Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы для  $L = 240$ ;  $T = 0.3$  и  $T = 0.35$  при старте из начального высокотемпературного состояния



**Рис. 65:** Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы для  $L = 240$ ;  $T = 0.2$  и  $T = 0.25$  при старте из начального высокотемпературного состояния

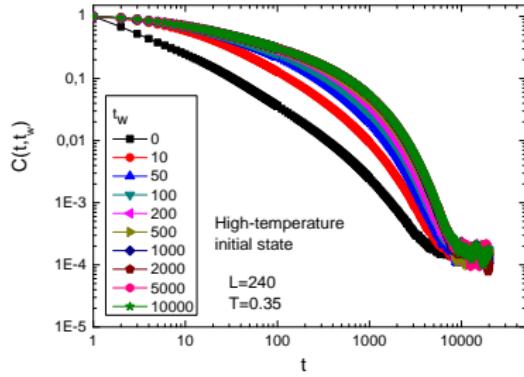
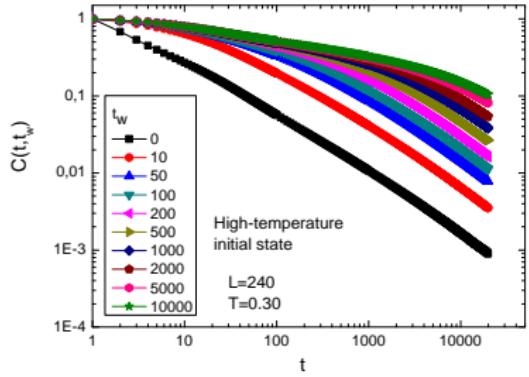
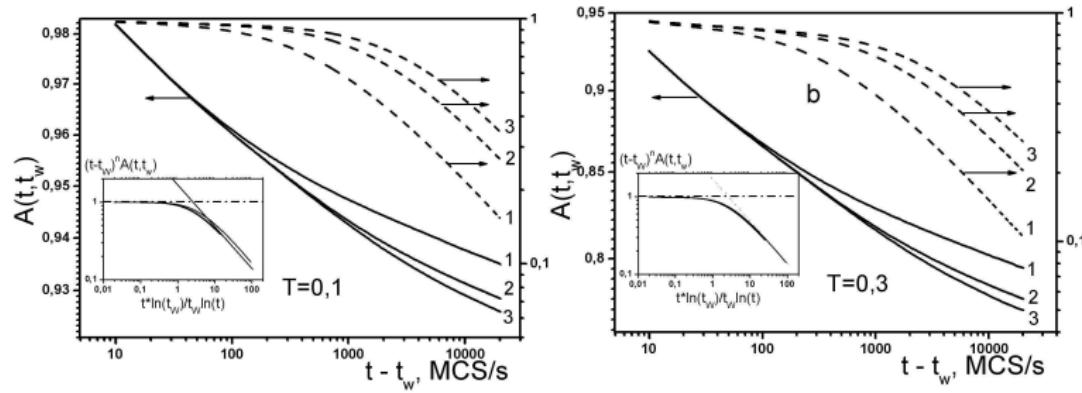


Рис. 66: Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы для  $L = 240$ ;  $T = 0.3$  и  $T = 0.35$  при старте из начального высокотемпературного состояния



**Рис. 67:** Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы в двумерной XY-модели

18 19

<sup>18</sup>P.V. Prudnikov, I.S. Popov: JPCS. Vol. 510 (2014), p. 1742

<sup>19</sup> В.В. Прудников, П.В. Прудников, С.В. Алексеев, И.С. Попов: ФММ. Т. 115, № 12 (2014), с. 1254

# Скейлинговая форма автокорреляционной функции

Автокорреляционная функция, в соответствии с общими размерностными соображениями в критической динамике, имеет следующую скейлинговую форму:

$$C(t, t_w) = (t - t_w)^{\eta/2} \Phi(\xi(t)/\xi(t_w)). \quad (19)$$

где  $\eta$  – константа, имеющая зависимость от температуры;  
 $\xi(t)$  – временная зависимость корреляционной длины системы.

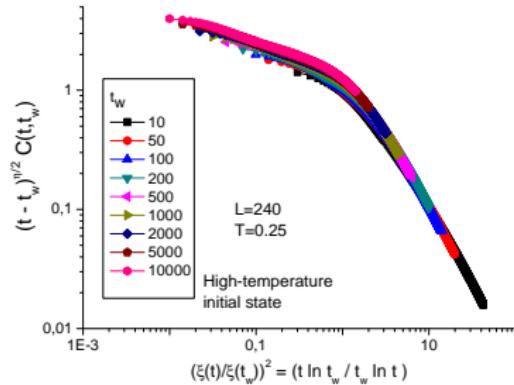
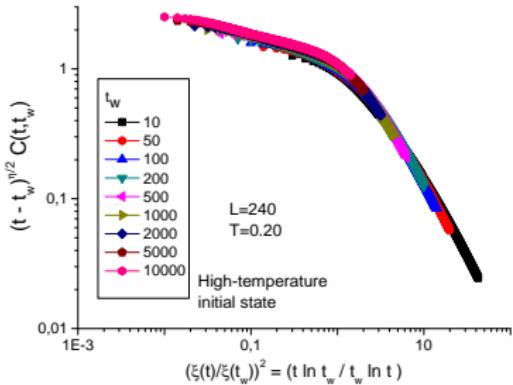


Рис. 68: Скейлинг для автокорреляционной функции системы с  $L = 240$ ;  $T = 0.2$  и  $T = 0.25$  из начального высокотемпературного состояния

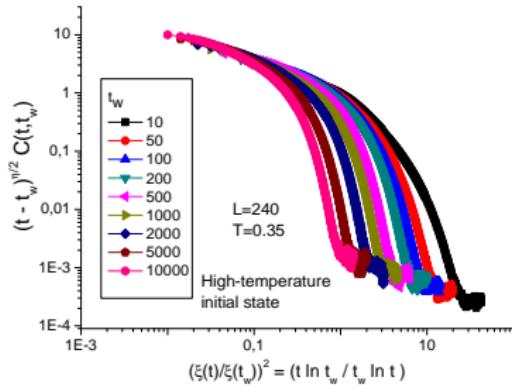
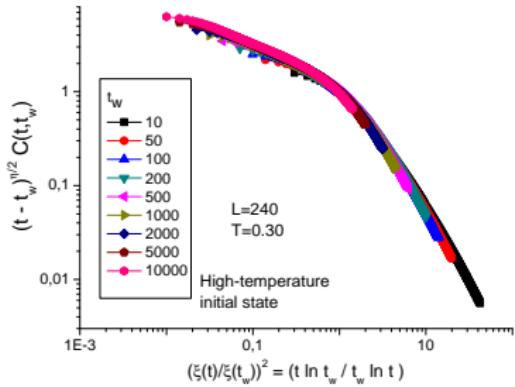


Рис. 69: Скейлинг для автокорреляционной функции системы с  $L = 240$ ;  $T = 0.3$  и  $T = 0.35$  из начального высокотемпературного состояния

## Показатель $\eta$

- $\eta(T = 0.20) = 0.20 \pm 0.01;$
- $\eta(T = 0.25) = 0.30 \pm 0.02;$
- $\eta(T = 0.30) = 0.40 \pm 0.02;$

# Основные выводы

- Проведено исследование неравновесного поведения двумерной фruстрированной антиферромагнитной модели Гейзенберга.
- Получены временные зависимости корреляционной длины системы для различных температур для различных начальных неравновесных состояний системы.
- Выявлены существенные различия в неравносевом поведении системы из начального высокотемпературного и низкотемпературного состояний.
- При старте из начального высокотемпературного состояния обнаружено нарушение динамического скейлинга  $\xi \sim t^{1/2}$ , приводящего к виду зависимости  $\xi \sim (t / \ln t)^{1/2}$ .
- При старте из начального низкотемпературного состояния наблюдается динамическая зависимость вида  $\xi \sim t^{-1/z}$ , где  $z \simeq 2$ .

# Основные выводы

- В области низких температур наблюдаются небольшие отклонения от зависимостей  $\xi(t)$ , указанных выше, что можно объяснить увеличением вклада в динамику системы спин-волновых возбуждений при снижении температуры.
- Исследование временной зависимости корреляционной длины системы при различных температурах позволяет сделать заключение о существенной разнице в динамике системы при  $T > T_v \simeq 0.30$  и  $T < T_v$ .
- Исследование вихревого параметра порядка в системе из начального высокотемпературного состояния показывает, что при  $T < T_v$  в системе зарождаются множественные вихревые конфигурации, в то время как при  $T > T_v$  вихревая подсистема быстро выходит на насыщение (возможно являющееся метастабильным состоянием).

# Основные выводы

- Несмотря на отсутствие в системе критического поведения, в системе наблюдаются эффекты медленной критической динамики – эффекты старения.
- Зависимость характеристик эффектов старения от начальных неравновесных состояний качественно совпадает с аналогичными особенностями в двумерной  $XY$ -модели.
- Эффекты старения также проявляют различия при  $T > T_v$  и  $T < T_v$ .
- Получена скейлинговая форма для двухвременной зависимости автокорреляционной функции, «коллапс» в которую происходит только при  $T < T_v$ .
- Проведено вычисление показателя скейлинговой зависимости для различных температур при  $T < T_v$ .

# Основные выводы

- Из исследования визуализаций конфигураций системы в процессе моделирования, существенные различия в неравновесном поведении системы из различных начальных состояний можно связать с влиянием вихревых возбуждений на динамику системы при старте из начального высокотемпературного состояния.